

The
Marathi Astro-mathematical Series
No 2.

*Tables of the Sun, the Moon and the planets
with explanation and theory.*

मराठी ज्योतिर्गणितपुस्तकावली

नंबर २.

ग्रहगणित



अथवा

सूर्य, चंद्र आणि ग्रह यांच्या गणिताचीं कोष्टके,
उदाहरणें व उपपत्तीसह.

लेखक

वेंकटेश बापूजी केतकर,

मुंबई इलाख्याच्या विद्याखात्यांतील पेन्शनर आणि
ज्योतिर्गणित, केतकी आणि वैजयंती
या संस्कृत ज्योतिषग्रंथांचे कर्ते.

(ग्रंथकर्त्यानें सर्व हक्क स्वाधीन ठेविले आहेत.)

शके १८३६ आनंदसंशत्सर, सम १९१४ इसवी.

किंमत दोन रुपये.

8560°

३३२

१५६६

Printed by Mr. N. A. Dravid at the Aryabhushan Press,
Budhwar Peth, Poona city,

and

published by Mr. Venkatesh Babuji Ketkar, at
No. 714 Sadashiv peth, Poona city.

Diagrams printed at the Deccan Printing Works,
781 Sadashiv peth, Poona city.

Preface.

When an intelligent student or an amateur happens to read a book on astronomy which describes the motions, distances, appearances physical conditions etc. of the Sun, the Moon, the Planets and the Comets, or when he comes across an almanac which gives the positions of these heavenly bodies, the times of their meridian passage, their apparent discs etc., the instants of the first and last contacts of the Solar and Lunar Eclipses, he naturally asks to himself how it is possible for men on Earth to predict these celestial phenomena. His curiosity to unravel this mystery is highly excited. But it often happens that, although he may possess natural aptitude for the pursuit of this Grand Science he is forced to give up his object in despair for want of suitable books. The planetary Tables of Leverrier and the Lunar Tables of Hansen which are written in French, are voluminous and costly. Their total cost exceeds Rs. 100. The prices of theoretical works are also similarly prohibitive. Besides, these books presuppose a scholarly knowledge of the higher Mathematics in the reader.

My object in writing this little book is, in the first place, to enable a beginner to calculate the various articles of an Almanac with a sound knowledge of the theory of the processes involved in them, and secondly to encourage him to carry on undeterred, the study of the most profound problems of the Celestial Mechanics. I, however, leave it to the students and savants themselves to say how far I have been successful in my efforts. Should this book meet with general appreciation I shall feel encouraged to produce, though late, some of the other tracts and books of the Astro-Mathematical Series.

The Author.

Poona, September 1914.

प्रस्तावना.

अप्रत्यक्षाणि शास्त्राणि विवादास्तेषु केवलम् ।

प्रत्यक्षं ज्योतिषं शास्त्रं चंद्रार्कौ यत्र साक्षिणौ ॥

न्यायवेदानादिशास्त्रेण केवलं मानवी तर्कावर उभारलेली असल्यामुळे त्यांतील सिद्धांत बहुशः वादग्रस्त असतात, पण ज्योतिःशास्त्राची गोष्ट तशी नाही. श्रेष्ठत्व व उपयोग. यांनील सिद्धांतांच्या सत्यतेबद्दल साक्ष देण्यास सूर्यचंद्रादि दिव्य गोल आणि नक्षत्रे नेहमी तत्पर असतात. म्हणून हे शास्त्र पूर्वाक्त शास्त्रपेक्षां श्रेष्ठ आहे. रूपि, व्यवहार, उद्योग, व्यापार, आचार, धर्म इत्यादि गोष्टी योग्य कालीं केल्या तरच त्या सफल होतात; व त्या योग्य कालाचा निश्चय करणे ज्योतिःशास्त्राचें काम आहे. म्हणून या शास्त्राची थोरवी व उपयोग इतर शास्त्रपेक्षां जास्त आहे.

या शास्त्राच्या अध्ययनापासून मन शुद्ध होते आणि सारासारविचारशक्तीला चांगले गत. याचा विषय विश्व हा असल्यामुळे विश्वरूप पाहून मनावर परिणाम. अजुनाच्या मनावर जो परिणाम झाला तोच परिणाम या शास्त्राच्या अध्ययनापासून वाचकांच्या मनावर होतो. विश्वापुढे आपण किती क्षुलक व पामर आहोम हे पक्के कळले म्हणजे वृथाभिमान, दुराग्रह, दंभ, स्वार्थ, असूया, अविचार इत्यादि मनोविकारांचा जोर उच्चरोत्तर कमी होत जाऊन मन प्रशांत, समदर्शी व सत्यप्रिय होऊं लागतें आणि विश्वनियंत्या परमेश्वराविषयी भक्ति व प्रेम ही उत्पन्न होतात.

प्राचीनकाळीं ग्रहांच्या कक्षांच्या आकृति आणि त्यांच्या गतींचे नियम यांविषयी वास्तविक ज्ञान नसल्यामुळे आणि वेधाचीं यंत्रे बरीच ढोबळ असल्यामुळे गणिताची सूक्ष्म प्रतीति पहाण्यास मार्ग नसे. ग्रहणें एक दोन घटिकांच्या अंतरानें जेमतेम प्रत्ययाला आलीं म्हणजे मिळविलें अशी तेव्हां स्थिति होती व हल्लीं देखील आमच्या देशांत अशीच दुःस्थिति आहे. ग्रहलाघवावरून वर्तविलेलीं ग्रहणें चुकतात हा बोभाटा विश्वनाथ दैवज्ञाच्या कालापामूनच आहे. ग्रहस्थितीविषयीं तर बोलण्याला नकोच.

ज्योतिःशास्त्रासंबंधीं आमची वर्तमान स्थिति फारच काकळूत येण्याजोगी झाली आहे. प्राचीनकालीं सुधारणा करण्यास मार्गच नव्हता. पण वर्तमान अनास्था. ब्रिटिश राष्ट्रासारख्या सुधारलेल्या राष्ट्रांच्या छत्राखालीं आपण शंभर वर्षे असूनही त्यांच्या ज्ञानाचा फायदा न घेणें ही आमची चूक केवल अक्षम्य आहे. पाश्चात्यांचें ज्योतिष हल्लीं पूर्णदशेस पोचलें आहे. त्यांच्या

पंचांगांतील ग्रहणांच्या स्पर्शमोक्षकालांत पाव पळापेक्षा जास्त अंतर घडत नाही. ग्रहांच्या स्थानांत फार झालें तर ७।८ विकला अंतर पडतें. पण आमच्या ग्रहलाघवी पंचांगाकडे पहा. ग्रहणांच्या स्पर्शमोक्षकालांत १।२ घटिकांचें अंतर बहुशः असावयाचेंच. पंचांगांत ग्रहण दिलेलें असून तें घडूं नये, आणि दिलेलें नसतांही तें घडावें असेही प्रसंग केव्हां केव्हां येतात. चंदांची (शक १८३६) ग्रहणें अशा प्रसंगाचीं तारीखीं उदाहरणें आहेत. ग्रहस्थानें तर २।२ अंश चुकलेलीं असतात. नांवां भरतखंड पण काशीपासून रामेश्वरापर्यंत एक देखील वेधशाळा नसावी यापेक्षां जास्त आश्चर्याची गोष्ट कोणती ! ग्रहणें, अस्तोदय या सहज दृष्टोत्पत्तीस येणाऱ्या गोष्टी चुकलेल्या पाहून तेवढ्या वेळेपुरतें आश्चर्य व हळहळ करावी आणि पुन्हां चुकलेल्या पंचांगाप्रमाणें नित्यक्रम चालूं ठेवावा ही लज्जास्पद गोष्ट हल्लीं आमच्या अगदीं अंगवळणीं पडून गेली आहे. अष्टम्यंत तर १०।१५ घटिकांनीं चुकला असतो.

आमच्या देशांत ज्योतिःशास्त्राची उपपत्ति जाणणाऱ्या विद्वानांचा वर्ष उत्पन्न झाल्या- शिवाय शुद्ध पंचांग प्रचारांत येण्याचा मुळीच संभव नाही, हें प्रस्तुत ग्रंथाचा हेतु. जाणून आम्ही हा ग्रंथ मराठी भाषेंत लिहिण्यास प्रवृत्त झालों आहों. याचा मुख्य हेतु आमच्या सुशिक्षित बांधवांना ज्योतिःशास्त्रासंबंधी गणिताची उपपत्ति कळवावी व तद्वारां या शास्त्राची त्यांना गोडी लावावी हा आहे. हल्लीं मराठी भाषा बोलणारांची संख्या व व्याप्ति बरीच मोठी आहे. ठिकठिकाणीं ट्रेनिंग्, इंजनिअरिंग् आणि आर्ट्स् कालेजें स्थापन झालीं आहेत. त्यांतून दरवर्षीं शेकडो विद्यार्थी शिकून बाहेर पडत आहेत. म्हणून या पुस्तकाला जिज्ञासु व बुद्धिमान् वाचक बरेच मिळतील अशी उमेद आहे.

या पुस्तकाचे पद्धति आणि उपपत्ति असे दोन भाग केले आहेत. पहिल्या भागांत कोष्टकांवादन गणित करण्याची पद्धति सांगितली आहे. ती सहज ध्यानांत ठेवितां यावी यासाठीं शक्य असेल तेथें समीकरणरूप सूत्रांनीं व्यक्त केली आहे आणि शेकडो उदाहरणें देऊन स्पष्ट केली आहे. मोठी उदाहरणें थोडक्या जागेंत व्यवस्थितपणें कशी मांडावी तें न्यासांनीं दाखविलें आहे. ग्रहांचीं स्थानें दोन तीन कलांच्या तफावतीनें वेधांशीं जुळलीं तर पुरें असें आम्हीं मानिलें आहे. म्हणून त्यांचे लहान लहान आकर्षण-संस्कार सोडून दिले आहेत. भोग व संस्कार प्राचीन संप्रदायाप्रमाणें राशयंश कलात्मक न देतां दशांशपद्धतीनें अंशात्मक दिले आहेत. त्यामुळें जागा थोडी लागून गणितश्रमही वाचतात. उपपत्ति शक्य तितकी आरुति देऊन भूमितिपद्धतीनें व्यक्त केली आहे. असें करितांना व्याख्येय वस्तु व्याख्यानापासून स्पष्ट निराख्या दिसाव्या म्हणून त्या इंग्रजी अक्षरांनीं दाखविल्या आहेत. मुजज्या, कोटिज्या, स्पर्शरेषा यां लांब लांब शब्दांपासून त्रास होऊं नये म्हणून पाश्चात्य देशांत रूढ झालेल्या सांकेतिक चिन्हांचा आणि अक्षरांचा उपयोग केला आहे. आणि नवशिक्यांच्या अडचणींकडे

लक्ष देऊन उपपादनांतील पायऱ्यांची संख्या बरीच वाढविली आहे. संस्कृतपारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्यायशब्द जेथल्या तेथे कंसांत दाखविले आहेत त्यापासून फ्रेंच व इंग्लिश भाषेतील औपपत्तिक उद्ग्रंथ वाचण्यास मदत होईल. प्राचीन शब्दांच्या अभावीं - जरूरप्रसंगी इनांतर, अनुकलन, अभिसरण इत्यादि नूतन शब्द कल्पिले आहेत आणि सिद्धांत व इतर ग्रंथांतून विचारसाम्यदर्शक अवतरणेही जागोजाग दिली आहेत. शेवटी वाचकांच्या रंजनार्थ आणि प्रोत्साहनार्थ ज्योतिःशास्त्राच्या प्रमतीची व तत्संबंधी प्रसिद्ध पुरुषांची त्रोटक ऐतिहासिक माहिती दिली आहे. मराठी भाषा न जाणणाऱ्या वाचकांना या पुस्तकाचा थोडाबहुत उपयोग करितां यावा म्हणून शेवटी ग्रहसिद्धि इंग्रजी भाषेत परिशिष्टरूपानें कथन केली आहे.

कोणताही विषय गुरुमुखाशिवाय केवळ स्वतःच्या प्रयत्नानें शिकणें जितकें कठिण आहे तितकेंच तें फायदेशीरही आहे. आगगाडीच्या प्रवासापेक्षां वाचकांस दोन शब्द - पायीं केलेला प्रवास तात्त्विक दृष्ट्या विशेष ज्ञानवर्धक होतो. म्हणून वाचकांनीं धीर सोडूं नये. पहिल्या वाचनाच्या वेळीं

राहून गेलेल्या शंकांचें निरसन दुसऱ्या वाचनाच्यावेळीं होईल. पद्धति आणि उपपत्ति हे दोनही भाग पाळीपाळीं वाचात गेल्यास परस्परांमधील कार्यकारणसंबंध विशद होत जाईल. हें पुस्तक वाचण्यापूर्वी आमचें आकाशाचे नकाशे हें पुस्तक वाचून आकाशातील कल्पित वृत्तांची, व मुख्य मुख्य ताऱ्यांची ओळख करून घेतली तर हें पुस्तक विशेष मनोरंजक वाटेले. आणि या पुस्तकाप्रमाणे वर्तविलेली ग्रहांची स्थिति आकाशामध्ये प्रत्यक्ष पाहून वाचकांना जो आनंद होईल तोच त्यांच्या श्रमाचें योग्य बक्षिस होय.

या पुस्तकाच्या अध्ययनापासून वाचकांस ज्योतिषविषयक यथार्थ ज्ञान व आनंद अंशतः जरी प्राप्त होईल तरी आमच्या श्रमाचा मोबदला आम्हांस मिळाला असें आम्हीं मानूं. या पुस्तकाचा उपयोग कसा होतो, चांत गुण व दोष कोणकोणते आहेत सुधारणा करण्याजोग्या गोष्टी कोणत्या, याविषयीं विद्वान् देशबांधव आपापले अभिप्राय मेहेरबानीं आम्हांस कळवितील तर त्यांचा सादर स्वीकार व विचार केला जाईल हें वेगळें सांगण्यास नकोच.

हें पुस्तक लोकांच्या आदरास पात्र होईल अशी आम्हांस उमेद आहे आणि त्याप्रमाणें झालें म्हणजे या आरंभिलेल्या ज्योतिर्गणितपुस्तकावर्लांतील इतर पुस्तकें लिहिण्यास आम्हांस उत्साह वाटेले.

हें पुस्तक छापून प्रसिद्ध करण्याच्या कार्मी रा. रा. कृष्णाजी बलाळ देवले पेन्शनर, डे. कलेक्टर, रा. रा. गणेश स्वप्नाराम स्वरे पेन्शनर असि. इंजिनीअर, आणि रा. रा. नरहर वेंकटेश कोल्हटकर, बी. एस्. सी., शिक्षक ट्रेनिंग कॉलेज, धारवाड, यांनीं केलेल्या मदतीबद्दल आम्ही त्यांचे मनःपूर्वक आभार मानितों.

पुणे. ता. २० सप्टेंबर १९१४. }
शके १८३६ आश्विन शुक्ल १० सोमवार. }

अंथकर्ता.

अनुक्रमणिका.

विषय.	पृ.	काष्ठक.	उपपत्ति.	विषय.	पृ.	काष्ठक.	उपपत्ति.
उपोद्घात	१	.	८९	अंतर्ग्रह, बुध व शुक्र	१६	.	.
ग्रहमाला	२	.	.	बहिर्ग्रह, मंगळ, गुरु इ.	१७	.	.
चक्रं व अहर्गण	३	.	१००	न्यास १, २, ३,	२०	.	.
तारिखेवरून अहर्गण काढणे	४	.	१०२	चंद्रगणित	२३	६३	१३५
प्रागहर्गणगणित	६	.	१०२	क्रैचगणितार्शी तुलना	२६	.	.
अधिकमास	७	.	१६१	विषुवांश कांति	२७	७०	१३४
ग्रहांचे मध्यमभोग	८	३९	१०२	पंचांगगणित	२९	.	.
नीचें	९	४३	९६	चंद्रग्रहण	३२	३४	१३९
पात, अयनांश	९	४४	९६	ध्रुवांक	७६	.	.
रविमध्यगणित	११	.	१०२	सूर्यग्रहण	८१	७२	१४४
मंदफलें	१२	४५	१०९	उपपत्ति	८६	.	८९
परिणति	१२	४७	१०७	वेधावरून मध्यमगति	.	.	९७
मंदकर्ण	१२	४९	११७	अतिप्राचीन चंद्रग्रहणें	.	.	९९
रविमध्यशर	१२	४८	१०६	रविमध्यगणितप्रदर्शन	.	.	१०५
समांतर	१२	५१	१२३	ग्रहांचें सूर्याभोवतीं फिरणें	.	.	१०९
दीर्घवर्तुलांश	१२	५३	१२२	भूमध्यगणितप्रदर्शन	.	.	१२१
भूमध्यगणित	१३	.	११८	अयनांश	.	४८	१५०
इनांतर	१३	५५	१२३	ऐतिहासिक माहिती	.	.	१५२
शीघ्रकर्ण	.	५७	.	प्रसिद्ध शहरांचे अक्षांश,	.	.	.
भूमध्यशर, गतिफलें, गति	१४	५९	१२५	रेखांतर	.	.	१६२
चकाकी, सुषमा	.	६१	१३१	भुजज्या, कोटिज्या	.	.	१६३
बिंबें, कला, क्षितिजलंबनें	१५	६२	१२९	ग्रहसिद्धि इंग्लिश भाषेंत	.	.	१६४
अवांतर माहिती	.	६२	८१	अ वृत्त	.	.	१६०

शुद्धिपत्रक.

ओळ.	अशुद्ध.	शुद्ध.
१६	२३ ज्या चाप	ज्याचाप
१६	३१ स्वल्पांतरत्व	स्वल्पांतरत्वा
१६	३२ तज्ज्ञगुरुता	तज्ज्ञैगुरुता
२८	१४ ९ न्यास १	न्यास १
२८	२२ + २३२ १.०	+ २३ २१.०
३१	८ ५७.९६	२५७.९६
३१	१६ - ४६ घ. २७ प.	- ४ घ. २७ प.
३३	१५ $\sqrt{\text{मानैक्यखंड}^2 + \text{चंद्रशर}^2}$	$\sqrt{\text{मानैक्यखंड}^2 - \text{चंद्रशर}^2}$
३३	१६ $\sqrt{\text{मानांतरखंड}^2 + \text{चंद्रशर}^2}$	$\sqrt{\text{मानांतरखंड}^2 - \text{चंद्रशर}^2}$
३७	६ $(७८.१)^2 + (-१६.९)^2$	$(७८.१)^2 - (१६.९)^2$
३७	७ $(२४.२)^2 + (-१६.६)^2$	$(२४.२)^2 - (१६.६)^2$
३७	२ $\frac{५१}{५०}$	$\frac{५१}{५०}$
३७	१४ ३४ घ. ५१ प.	३४ घ. २२ प.
३७	१७ सूर्यापासून	सूर्योदयापासून
८५	२० - ३०.० + ४.४	- ३०.९ + ३.५
९१	३१ कलाच्या	कालाच्या
१०६	१८ वर्तुळ	वर्तुळें
११५	१० $a^2 e^2 = a^2 e^2 \sin^2 u$	$a^2 e^2 - a^2 e^2 \sin^2 u$
११८	१४, १६, १७ CK	CR
११९	४१ २७७५	२७७.५
१३५	१९ प्रकार	संस्कार
१३८	१२ यरुद्धिच	युरुद्धिच
१३८	१७ २.१६ t	१२.१६ t
१३९	२९ < SEG	- < SEG
२	२३ सांप्रदाय	संप्रदाय
११	२३ गाणत	गणित
२१	८ पाताम	पातेन
२५	८ ५८.८२१	२५८.८२१
२९	१ पंग	पंचांग
२९	२० हाशि त्थ	हाशिवाथ
१५४	३० १४ ०	१४००
१५७	३ १४-९	१४४९
३१	१८ $\div ८००'$	$\div ७७०' ३.$

जन्म शके १७३६ वैशण,

मृत्यु शके १७९२. बेळगांव

अर्पणपात्रिका.

श्री

ज्योतिः शास्त्रसुबोधिनी, भूगोल, खगोल हे संस्कृत ग्रंथ

ज्यांनीं रचिले आहेत असे जे माझे परमपूज्य

वडील कैलासवासी तीर्थरूप

रामकृष्ण सखाराम ऊर्फ बापूशास्त्री केतकर

त्यांच्या शतवार्षिक जन्म दिवसाचें

स्मारक समजून पितृप्रेमभरानें

हें पुस्तक

त्यांच्या पूज्य चरणीं अर्पण केलें आहे.

पौष शुद्ध १५ शके १८३६

पुस्तककर्ता.



॥ श्री ॥

उपोद्धात.

ज्योतिःशास्त्राची व्याप्ति.

विश्व.

आपण काळोख्या रात्री उंच जागी वसून आकाशाकडे पाहिलें तर काजव्या-प्रमाणें चमकणारीं लहानमोठीं हजारों नक्षत्रें आकाशभर पसरलेलीं पाहून आपणास मोठें कौतुक वाटतें व हें विश्वयंत्र कोणीं, कां व कसें केलें असे अनेक प्रश्न मनांत उभे रहातात.

अशा प्रश्नांनीं प्रेरित होऊन मोठमोठ्या विद्वानांनीं हजारों वर्षे सतत श्रम केल्यावर अलीकडे विश्वविस्ताराविषयीं खाली लिहिलेली माहिती मिळाली आहे.

सूर्य हें एक नक्षत्र आहे. तें जवळ असल्यामुळें आम्हांस मोठें दिसतें; तथापि आम्हांपासून त्याचें अंतर ९ कोटी मैलांपेक्षां कमी नाही. सूर्याला अत्यंत जवळचें नक्षत्र सूर्यापासून आमच्या अंतराच्या दोन लक्षपटीपेक्षां कमी अंतरावर नाही, म्हणजे तें सूर्यापासून १८०००००००००००००० अठरा महापद्म मैलांच्या पलीकडे आहे.^१

दुर्बिणीतून पाहिलें तर अशीं कोट्यवधि नक्षत्रें दृष्टीस पडतात आणि प्रत्येक नक्षत्र इतरांपासून इतकेंच दूर असेल तर हीं असंख्य नक्षत्रें ज्यांत मावलीं आहेत त्या विश्वाचा विस्तार केवढा असला पाहिजे व त्याचा नियंता कोठें व कसा असावा असे विचार मनांत येऊन आम्ही अगदीं भांबावून जातो.

हीं नक्षत्रें एकटीं नाहीत. सूर्याप्रमाणें त्यांच्या भोंवतीं फिरणारे ग्रह व उपग्रह आहेत. पण त्यांच्या जगड्याळ अंतरामुळें ते आम्हांस दिसत नाहीत. सध्यां हीं कोट्यवधि नक्षत्रे व त्यांच्या ग्रहमाला याविषयीं आम्हांस कांहीं कर्तव्य नाही. आम्हांस फक्त आमच्या जवळचें नक्षत्र जो सूर्य त्याच्या परिस्थितीचा विचार करावयाचा आहे. या कामीं पूर्वीक नक्षत्रांचा आकाशावर फक्त अचल खुर्चा-सारखा उपयोग होतो.

१. ही संख्या रामायणातील वानरसंख्येएवढी आहे.

ग्रहमाला.

(आकृति १पहा). यथे बुधादि ८ मोठे ग्रह साधारणतः एकाच पातळीत पण निरनिराळ्या अंतरावर गोफणीतील थोंड्याप्रमाणे सूर्याभोवती सतत फिरत आहेत. याशिवाय कांहीं धूमकेतु अत्यंत लांबट मार्गाने त्याच्याभोवती फिरत आहेत. त्यापैकीं हालेचा धूमकेतु नुकताच तीन वर्षांपूर्वी (ता. १९ मे १९१०) आपले भव्य व भयंकर स्वरूप प्रकट करून अगदी आमच्या पृथ्वीला लागून गेला. त्या वेळीं त्याचे शेंफूट आकाशामध्ये १०० अंशांपेक्षाही जास्त लांब होते. त्याची कक्षा शुक्रापामून इंद्र (नेपच्यून) कक्षेच्याही पलीकडे गेली आहे. आपले मांडलिक ग्रह आपापलीं राज्ये कशीं चालवीत आहेत तें प्रत्यक्ष पाहून येऊन हकीकत निवेदन करण्यासाठींच कीं काय सूर्यानें ग्रहमालेंत त्याची नेमणूक केली आहे असें भासते. म्हणून सर्वग्रहांस समोखून गांठण्यासाठींच तो मुद्दाम उलट दिशेनें आपली फिरती करितो.

ग्रहगणिताचा हेतु.

पृथ्वी व इतर ग्रह सूर्याभोवती फिरत आहेत व आपण पृथ्वीवर बसून सूर्याभोवती फिरत आहों अशा स्थितीत आम्ही सूर्य, चंद्र व ग्रह यांजकडे इच्छित्या वेळीं पाहिलें तर ते आकाशांत कोणत्या नक्षत्रापामून किती अंतरावर दिसतील तें पूर्वीच गणित करून सांगणें, हा या ग्रहगणिताचा मुख्य हेतु आहे.

ग्रहगणित.

स्वभावतः ग्रहगणिताचे दोन विभाग होतात. १ ला कालगणित आणि दुसरा स्थान (अवकाश) गणित. या प्रत्येकांत स्थिति आणि गति असे आणखी दोन दोन पोट विभाग होतात.

कालस्थिति.

प्राचीन सांप्रदायास अनुसरून श्रीक्षेत्र उज्जयिनीवरून जाणाऱ्या याम्योत्तररेषेच्यासंबंधानें पुढील गणित रचिलें आहे. शके १८०० बहुधान्य संवत्सरी मिति चैत्र शुक्ल १ प्रतिपदा बुधवारी उज्जयिनीच्या मध्यम सूर्योदयी या ग्रहगणिताचा प्रारंभ (Epoch) मानिला आहे. या वेळीं चक्र० व अहर्गण० अशी कालस्थिति होती.

या वेळीं इ० स० १८७८ च्या एप्रिल महिन्याची ३ री तारीख होती. व ज्यूलियन युगाचा गत अहर्गण २५०७०७८ होता.^१

(१) या युगाचा आरंभ इ० स० पूर्वी ४७१३ वर्षीं जानेवारीच्या १ तारखेस कल्पिला आहे. यांत ७९८० वर्षे आहेत. ही वर्षसंख्या २८, १९, १५ यांच्या गुणाकाराएवढी आहे. प्राचीन ऐतिहासिक कालाच्या व्यवस्थेसाठीं जोसिफ स्कालीजर यानें हे युग शोधून काढिलें.

कालगति.

(चक्रं आणि अहर्गण).

रीतिः—इच्छिलेल्या शालिवाहन शकाच्या वर्षांतून १८०० ही संख्या वजा करून बाकी राहिलेल्या वर्षांस वर्षगण म्हणावें आणि वर्षगणास १९ नीं भागून आलेल्या भागाकारास चक्र व बाकीला अवशिष्ट वर्षे म्हणावें.

अवशिष्ट वर्षास १२ नीं गणून गुणाकारांत चैत्रादि गतमास मिळवून येतील ते सौरमास होतील.

सौरमाससंख्या दोन जागीं मांडावी. पहिल्या जागीं मांडलेल्या सौरमाससंख्येत १० मिळवून आलेल्या बेरजेला ३३ नीं भागावें. आलेला पूर्ण भागाकार अधिकमास होतात. हे अधिकमास दुसरीकडे मांडलेल्या सौरमासांत मिळवून येतील ते चांद्रमास होतात.

चांद्रमासांस ३० नीं गुणून त्या गुणाकारांत चालू महिन्याच्या शुक्ल प्रतिपदेपासून गततिथि मिळवाव्या आणि बेरजेतून वर्षगणास ६० नीं भागून येणाऱ्या पूर्ण तिथि वजा कराव्या म्हणजे बाकीइतका तिथिगण होतो.

तिथिगणास ६४ नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार तिथिगणांतून वजा करून बाकी राहिल ती संख्या अहर्गण होईल.

अहर्गण परीक्षाः—याप्रमाणें आलेल्या अहर्गणांत ५ आणि चक्राची तिप्पट मिळवून बेरजेला ७ नीं भागावें. बाकी शून्य राहिल्यास शनिवार, एक राहिल्यास रविवार, दोन राहिल्यास सोमवार, तीन राहिल्यास मंगळवार असें मोजून, आलेल्या बाकीवरून वार आणावा. हा वार दिलेल्या दिवसाच्या वाराशीं जमेल तर आलेला अहर्गण बरोबर आहे असें जाणावें. वार न जमेल तर तो जमण्यासाठीं अहर्गणांत १ मिळवावा किंवा वजा करावा म्हणजे खरा अहर्गण येईल.

टीपः—अहर्गण गणितांत वाराचें प्राधान्य असल्यामुळें वार न देतां नुसती तिथि दिली असेल तर अहर्गण सांदिग्ध असतो. इष्ट दिवसाची ग्रहस्थिति दिली असेल तर सांदिग्ध अहर्गणावरून ग्रहस्थिति आणिल्यावर ती दिलेल्या ग्रहस्थितीशीं जमेल तरच त्याची सांदिग्धता नाहीशी होते. म्हणून वाराशिवाय केवळ तिथीवरून काढलेला अहर्गण पंगु असतो.

उदाहरणः—शके १८२८ पौष कृष्ण २ या बुधवारीं प्रातःकालीं अहर्गण किती होता तें सांग.

इष्ट शकवर्ष	१८२८
उणा क्षेपक	- १८००
वर्षगण	२८
२८ ÷ १९ = भागाकार १ गतचक्र; बाकी	९
							×	१२
सौरमास; चक्रारंभापासून इष्टवर्षारंभापर्यंत	१०८
सौरमास; वर्षारंभापासून इष्टमासारंभापर्यंत	+	९
एकंदर सौरमास	.	११७	}	११७
क्षेपक मास...	.	१०	}	
अधिकमास	३३)	१२७	(३	.	.	३
चांद्रमास	१२०
							×	३०
गततिथि; इष्टमासारंभापर्यंत	३६००
गततिथि; इष्टतिथि कृष्ण २ चेष्यंत	+	१६
चक्रारंभापासून इष्टतिथीपर्यंत गततिथि	३६१६
वर्षगण २८ ÷ ६० =	०
३६१६ ÷ ६४ = क्षयतिथि	- ५६
अहर्गण.	३५६०

अहर्गणपरीक्षा:--चक्र १ याची तिप्पट ३ यांत ४ मिळवून आलेली ७ ही संख्या अहर्गणांत मिळवून ३५६७ या बेरजेला ७ नीं भागून बाकी ४ रहातात. रविवार १ धरून मोजलें तर ४ था वार बुधवार येतो. हा उदाहरणांत दिलेल्या वाराशीं जमतो म्हणून ३५६० हा अहर्गण बरोबर आहे.

इंग्रजी नव्या पद्धतीच्या तारखेवरून अहर्गणानयन.

रीति:--इच्छिलेल्या इ० स० वर्षांतून १८७८ वजा करून बाकी राहणाऱ्या वर्षास वर्षगण म्हणावें. वर्षगणास ३६५ नीं गुणून गुणाकारांत वर्षारंभापासून इष्ट तारखेपर्यंत (लीपवर्ष असेल तर फेब्रुवारीचे २९ दिवस धरून) गेलेल्या तारखा मिळवून आलेल्या बेरजेतून ९२ वजा करावे म्हणजे सुमाराचा असंडाहर्गण होतो. त्याला पुढील ३ संस्कार करावे.

वर्षगणांत १ मिळवून बेरजेस ४ नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार पहिला संस्कार होतो. हा सर्वदा घन असतो

वर्षगणांत ७७ मिळवून बेरजेस १०० नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार दुसरा संस्कार होतो. हा सर्वदा ऋण समजावा.

वर्षगणांत २७७ मिळवून बेरजेस ४०० नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार तिसरा संस्कार होतो. हा सर्वदा धन असतो.

नंतर हे तीनही संस्कार अखंडाहर्गणास करून येईल त्याला ६१४० नीं भागावें. जो पूर्ण भागाकार येईल तीं गतचक्रें व जी बाकी राहिल ती अहर्गण असें जाणावें.

टीपः—या रीतींत अधिकमास व क्षयतिथि यांची भानगड नसते म्हणून वार दिला नसला तरी काम चालतें.

उदाहरणः—इ० स० १९०७ च्या जानेवारीच्या २ च्या तारिखेस प्रातः-कालीन गत अहर्गण किती होता तें सांग.

१९०७	दिवस
-१८७८	
२९ वर्षगण × ३६५ =	१०५८५
वर्षारंभापासून गतदिवस	+
क्षेपक	-
(२९ + १) ÷ ४ = पूर्ण भागाकार	+
(२९ + ७७) ÷ १०० = ,,	-
(२९ + २७७) ÷ ४०० = ,,	+
	<u>१०५००</u>

$१०५०० ÷ ६९४० = १$ चक्र, बाकी अहर्गण ३५६०

उदाहरण २ रेंः—इ० स. २००४ माहे जून तारीख ७ वी सोमवारी रविशुक्राची भेदयुति होईल. म्हणजे शुक्र सूर्याच्या बिंबावर एका काळ्या ठिपक्या प्रमाणें दिसेल. त्या चमत्काराचें गणित करण्याचें आहे. तर त्या दिवशीं गतचक्रें व अहर्गण हीं किती असतील तें काढू.

२००४	दिवस
-१८७८	
१२६ वर्षगण × ३६५ =	४५९९०
वर्षारंभापासून गत दिवस (चालू वर्ष लिप आहे म्हणून)	+
क्षेपक	-

गततिथि; इष्ट मासाच्या वजा	०
वर्षगण ३५८ ÷ ६० = ६ वजा	६
						५९३४
५९३४ ÷ ६४ = ९२ क्षयतिथि	९२
प्रागहर्षण	५८४२

अहर्षण ५८४२ + ३ + ५४ = ५८९९ ÷ ७ = बाकी राहिले ५ हे ७ यांतून वजा करून बाकी राहिले २ म्हणून इष्ट दिवशां सोमवार आहे.

अधिकमास.

या पुस्तकाच्या शेवटीं परिशिष्ट १ आहे. त्यांत शके १८००-२२०० पर्यंत येणारे अधिकमास, क्षयमास व त्यांची वर्षे हीं दिलीं आहेत. या अवधींत इष्ट वर्षे असेल तर त्या वर्षीं अधिकमास आहे किंवा नाहीं तें कोष्टक पाहिल्यानें समजतें. हे अधिकमास सूर्यचंद्रांच्या स्पष्ट स्थितीवरून ठरविले आहेत. मध्यममानानें दर ३३ महिन्यांनीं एक अधिकमास पडतो. पण स्पष्टमानानें एक अधिकमास पडण्यास कधीं ३५ तर कधीं २८ च महिने लागतात. असें सदर कोष्टकावरून दिसून येईल. म्हणून मध्यम मानानें ज्या महिन्यांत अधिक पडावा त्या महिन्याच्या पुढें किंवा मागें कधीं कधीं २।४ महिन्यांनीं स्पष्ट अधिकमास पडतो. म्हणून सौरमासास ३३ नीं भागून अधिकमास आणतेवेळीं बाकी १।२ इत्यादि राहतील तर मध्यममानाचा अधिकमास उत्पन्न झाला असतो. पण कोष्टकांतील अधिकमास पुढें पडणारा असेल तर तो पडेपर्यंत अधिकमाससंख्येंत एक कमी करून येतील ते अधिकमास मानावे. तसेंच बाकी, २८, २९ इत्यादि येईल तर मध्यममानाचा अधिकमास होण्यास ४।५ महिने कमी असतात. पण अशा प्रसंगीं कोष्टकांतील अधिक महिना पूर्वीच पडला असेल तर भागून येणाऱ्या अधिकमाससंख्येंत १ अधिक करून येतील ते अधिक मास समजावे. सारांश अधिकमास आणण्याचे कामीं गणकांनीं आपल्या तारतम्य ज्ञानाचा उपयोग केला पाहिजे. म्हणून भास्कराचार्य म्हणतातः—

स्पष्टोऽधिमासः पतितोऽप्यलब्धो

यदा यदावाऽपतितोऽपि लब्धः ।

सैकैर्निरैकैः क्रमशोऽधिमासै-

स्तदा दिनौघः सुधिया प्रसाध्यः ॥

उदाहरणः—शके १८२३ च्या आश्विन शु। १० चा अहर्षण आणण्याचा आहे. येथें वर्षगण २३ यास १९ नीं भागून बाकी शेष वर्षे ४ रहातात यांचे सौरमास ४८ चैत्रादि गतमास ६ आणि क्षेपक १० मिळून एकूण सौरमास ६४

होतात. यांम ३३ नीं भागून भागाकार १ हा मध्यम मानाचा अधिकमास झाला. येथें बाकी ३१ रहात म्हणून आणखी दोन महिन्यांनीं मध्यममानाचा दुमरा अधिकमाम उत्पन्न होणार. पण परिशिष्ट १ पाहिलें तर त्यांत आश्विनापूर्वीच श्रवणमास अधिक पडला आहे. म्हणून मध्यममानाच्या अधिकमाससंख्येत १ मिळवून २ अधिकमास मानावे. म्हणून $४८ + २ = ५०$ हे चांद्रमास झाले.

टीप:—या पुस्तकांत अधिकमास आणण्यासाठीं क्षेपक १० सौरमास धरिले असल्यामुळें ३३ नीं भागून येणाऱ्या अधिक मासांत १ कमी करण्याचा प्रसंग कधीही येत नाही. आमचें आरंभ वर्ष १८१० वें असतें तर क्षेपक शून्य होऊन सैकनिरिक या दोनही रुतींना अवकाश मिळाला असता.

ग्रहस्थानगणित.

द्रव्याच्या स्थानांतरानुसार दृश्य पदार्थांच्या दिशा पालटतात ही गोष्ट सर्वांस माहीत आहेच. गणिताच्या सोईसाठीं द्रव्या निरनिराळ्या स्थानीं आहे, असें कल्पावें लायतें, म्हणून तत्तस्थानुसार स्थानगणिताचे तीन विभाग होतात.

१. मध्यमगणित (मध्यमाधिकार)
२. रविमध्यगणित (मंदस्पष्टाधिकार)
३. भूमध्यगणित (स्पष्टाधिकार)

मध्यमगणित.

ग्रहांचे मध्यम भोग:—

१. त्या कोष्टकाच्या शिरोभागीं बुधादि आठही ग्रहांचे क्षेपक (स्थिति) दिले आहेत. ते प्रथम आडव्या ओळींत मांडून त्यांच्या खालीं इष्ट दिवसांपर्यंत गेलेल्या चक्रांची व अहर्गणांची मध्यमगति मांडून बेरीज केली तर इष्ट दिवशीं उज्जयिनीच्या मध्यमप्रातः कालचे म्हणजे मध्यमसूर्योदयकालीन मध्यमस्थाने किंवा भोग येतात.

पण उज्जयिनी रेषेच्या बाहेर असणाऱ्या गांवीं मध्यमसूर्योदयानंतर अमुक वेळचे मध्यम भोग आणणें असेल तेव्हां पश्चिमेरेखांतराची पळे घन व पूर्वरेखांतराचीं पळे ऋण समजून त्यांचा इष्टकालास संस्कार करावा म्हणजे इष्ट वेळीं उज्जयिनीची मध्यम वेला येते.

मग या उज्जयिनीच्या मध्यमकालास दिवसाचें दशांशरूप देऊन त्यानें १ न्या कोष्टकांतिल त्या त्या ग्रहाच्या एक दिवसाच्या अंशात्मकगतीला गुणून गुणाकार उज्जयिनीच्या मध्यमसूर्योदयकालीन स्थानांत मिळविला म्हणजे इष्ट गांवीं इष्ट मध्यमकालीन भोग येतात.

पण गुरु व शनि हे बलाढ्य ग्रह परस्परांस ओढून परस्परांच्या मध्यम भोगांत बरेंच अंतर उत्पन्न करितात. यासाठीं इष्ट शकवर्ष उपकरण वेऊन २ व्या कोष्टकांतून त्यांचे मोठे आकर्षणसंस्कार काढावे. इष्ट शकवर्ष कोष्टकांत नसेल तर त्या वर्षांत ९२० वर्षांची कांहीं पट मिळवून किंवा वजा करून कोष्टकांतील वर्ष आणून त्याच्यावरून संस्कार काढावा.

मध्यमगुरुंतून मध्यम शनि वजा करून येणाऱ्या उपकरणानें ३ व्या कोष्टकांतून गुरुचा लहान संस्कार आणून तो गुरुच्या मोठ्या संस्काराखालीं मांडावा.

पुन्हां मध्यमगुरुंतून मध्यम शनीची दुष्पट वजा करून येणाऱ्या उपकरणानें ४ व्या कोष्टकांतून शनीचा लहान संस्कार आणून तो शनीच्या मोठ्या संस्काराखालीं मांडावा.

हे मोठे व लहान संस्कार गुरु व शनि यांस दिले म्हणजे त्यांचे आकर्षणसंस्कृत मध्यम योग येतात. आकर्षणसंस्कृत भोगासच पुढें सोईसाठीं मध्यम भोग म्हटलें आहे.

पंचांगासाठीं ग्रह तयार करण्याचें असेल तेव्हां हें सर्व मध्यम गणित वर्षांच्या पहिल्या पंधरवड्याचें एकदां तयार केलें म्हणजे काम होतें. पुढील पंधरवड्याचे दिवस १३ पासून १६ पर्यंत असतील तितक्या दिवसांची मध्यमगति १ व्या कोष्टकांत शेवटीं दिली आहे ती क्रमानें मिळवीत गेल्यानें पुढील पंधरवड्याचीं मध्यम मानें तयार होतात.

ग्रहांचीं नीचें व पात यांचे भोगः--

५ व्या व ६ व्या कोष्टकांत ग्रहांचीं नीचें व पात यांचे क्षेपक व चक्रगति हीं दिलीं आहेत. त्यांवरून वर सांगितलेल्या रीतीनें इष्ट चक्राच्या आरंभीचीं मानें आणावी. नीचें व पात यांच्या गति अत्यंत मंद आहेत. म्हणून त्यांच्या अहर्गणगति दिल्या नाहीत. पाहिजे असल्यास ६९४० दिवसांत जर एकचक्राची गति उत्पन्न होते तर इष्ट अहर्गणांत किती या त्रैराशिकानें त्या आणाव्या.

सूर्यास पात नाही म्हणून त्याच्या पाताच्या सदरांत क्रांतिपाताचा भोग म्हणजे अयनांश दिले आहेत. अयनगति एका चक्राच्या अवधीत ०.२६५ असल्यामुळें तिची उपेक्षा करितां येत नाही. म्हणून वर सांगितल्याप्रमाणें त्रैराशिकानें आणून ती चक्रगतिप्रमाणें आपल्या क्षेपकांत मिळवावी.

मध्यमभोग आणण्याची रीति वर सविस्तर सांगितली आहे. ती थोडक्यांत ध्यानांत यावी म्हणून पुढील समीकरणें दिली आहेत.

१. गुरुंतून म्हणजे गुरुच्या भोगांतून असे जाणावें. यापुढें ग्रहशब्द ग्रहभोग या अर्थी लाववासाठीं योजिला आहे. कोठें कोठें याच अर्थी ग्रहांचीं आद्याश्रेणी योजिलीं आहेत.

मध्यमस्थानगणितसूत्रें.

मध्यम ग्रहभोग =	{	क्षेपक + चक्रगति + अहर्गणगति + रेखांतरसंस्कृतदिनांशगति + मोठा संस्कार + लहान संस्कार	कोष्टक १ लें. सदर. सदर. त्रैराशिकानें. कोष्टक २ रें. को. ३ रें व ४ थें.
नीचभोग =	{	क्षेपक + चक्रगति + अहर्गणगति (इष्ट असेल तर)	कोष्टक ५ वें. सदर. त्रैराशिकानें.
पातभोग =	{	क्षेपक - चक्रगति - अहर्गणगति (इष्ट असेल तर)	कोष्टक ६ वें. सदर. त्रैराशिकानें.
अयनांश =	{	क्षेपक + चक्रगति + अहर्गणगति	कोष्टक ६ वें. सदर. त्रैराशिकानें.

उदाहरणः—शके १८२८ पौष ऋषण २ या बुधवारी म्हणजे स. इ. १९०७ जानेवारी तारीख २ री या दिवशीं पारीस शहरच्या मध्यम दोन प्रहरीं सूर्यादि आठ ग्रह आकाशांत कोठें दिसतील तें सांग. पारीसचें रेखांतर पश्चिमेस ७३४ पठें आहे (परिशिष्ट २ पहा). इष्ट दिवशीं चक्र १ व अहर्गण ३५६० आहे.

उाठ ग्रहांपैकीं उदाहरणार्थ येथें फक्त गुरुच्या गणिताचा प्रकार सविस्तर सांगितला आहे.

(न्यास १ ला पहा). पहिल्या कोष्टकाच्या शिरोभागीं गुरुच्या मध्यम भोगाचा क्षेपक २०५.६७ आहे तो लिहून त्याच्याखालीं एका चक्राची गति २१६०.६५ लिहून अहर्गणाच्या तीन ३००० + ५०० + ६० संडावरून येणाऱ्या गति त्यांच्याखालीं मांडल्या आहेत.

पारीसच्या स्थानिक मध्यमकाळाचे दोन प्रहर म्हणजे १५ घटिका यांत रेखांतर १२ घ. १४ प. पश्चिम आहे म्हणून धन समजून मिळवून आलेली बेरीज २७ घ. १४ प. ही उज्जयिनीच्या मध्यम सूर्योदयापासून वेळ झाली. हिला ६० घटिकांनीं भागून दिवसाचें दशांशरूप ०.४५४ आलें. यानें १ ल्या कोष्टकातील गुरुच्या एका दिवसाच्या गर्ताला ०.०८ गुणून गुणाकार

(१) न्युट्रेशन नांवाचा १७ विकला संस्कार अयनांशास देण्याचा असतो. पण आम्हांस इतकी सक्षमता नको आहे. म्हणून तो येथें सांगितला नव्हती.

आला ०.०३६३२. आम्हांस अंशाच्या शतांशापेक्षां जास्त सूक्ष्मतेची आवश्यकता नाही असं मानिलें आहे. म्हणून किंचित् न्यून पूर्ण करून आलेली गति ०.०४ अहर्गणोत्पन्न गतीच्या खाली लिहून वरील सर्वां रकमांची बेरीज करितां ती ६२.१७ येते. हा इष्टकालीं गुरूचा मध्यम भोग झाला. आतां गुरूवरील शनीचे आकर्षणाचे संस्कार काढिले पाहिजेत.

इष्टशकवर्ष १८२८ यावस्तुन २ व्या कोष्टकांत गुरूचा मोठा आकर्षण संस्कार + ०.२१ येतो.

तसेंच ३ व्या कोष्टकाचें उपकरण (गु-श) हें आहे. म्हणून मध्यम गुरू ६२.१७ उणा शनि ३२९.७० बरोबर ९२.४७ या उपकरणानें ३ व्या कोष्टकांतून गुरूचा लहान संस्कार - ०.०५ आला. हे दोनही संस्कार गुरूच्या मध्यम भोगास ६२.१७ दिल्यानें त्याचा आकर्षणसंस्कृत मध्यम भोग ६२.३३ झाला.

नीचें व पात यांच्या गणिताचा प्रकार वर दर्शविल्याप्रमाणें च आहे. म्हणून विवरणाची जरूरी नाही न्यास पाहून तो सहज लक्षांत येईल.

बुधादि सप्तग्रहांचे पात व शुक्रनीच यांची गति विलोम असते हें ध्यानांत ठेवावें. अहर्गण ३५६० ÷ ६९४० = ०.५ सुमार येतात म्हणून प्रकृत न्यासांत जागा वांचविण्यासाठीं दीड चक्रची गति एकदम नीचांस दिली आहे.

वर जीं ग्रहांचीं मध्यमस्थानें आणिलीं आहेत तीं साधारणतः त्या त्या ग्रहाच्या कक्षेच्या उच्चाजवळच्या नाभींत (फोकसांत) उभा राहून ग्रहांकडे पहाणाऱ्यास ते ग्रह आकाशांत जेथें दिसतात तेथील आहेत उच्चासन्न नाभि केवळ पोकळी आहे. म्हणून त्याला पोकळ नाभि म्हणतात; (Empty Focus) पण सर्व ग्रहांच्या नीचासन्न नाभींत सूर्य असतो म्हणून सूर्याच्या मध्यविंदुस्थानांत उभें राहून पाहिलें तर ग्रह कोठें दिसतील त्यांचें गणित निराळें केलें पाहिजे. या गणितास रविमध्य गणित म्हणतात.

रविमध्य गाणत.

मध्यम ग्रहांतून त्याचें नीच वजा करून बाकी राहिल त्यास मंदकेंद्र म्हणतात. मंदकेंद्र उपकरणांत ७ व्या कोष्टकांतून मंदफल नांवाचा संस्कार काढून तो मध्यम ग्रहास यावा म्हणजे त्याचें कक्षावृत्तीय रविमध्यस्थान येतें. अथवा समीकरणानें थोडक्यांत सांगण्याचें तर,

$$\text{मध्यमग्रह} + \text{मंदफल} = \text{कक्षावृत्तीय रविमध्यग्रह.}$$

पण प्रत्येक ग्रहाच्या कक्षेची पातळी गिराळी असते, म्हणून कांही एका नियमित कक्षेच्या पातळीच्यासंबंधानें सर्वग्रहांचीं स्थानें सांगणें बरें असें ज्योतिःशास्त्रवेद्यांस दिसून आल्यामुळे त्यांनीं अशा कामासाठीं क्रांतिवृत्ताची योजना केली आहे. कक्षावृत्तीय स्थानावरून क्रांतिवृत्तीयस्थान आणण्यासाठीं जो संस्कार करावा लागतो त्याला परिणति संस्कार म्हणतात.

परिणति संस्कारः--कक्षावृत्तीय ग्रहांतून त्याचा पात वजा करावा आणि बाकीला पातोनग्रह म्हणावें. पातोनग्रह उपकरणानें ८ व्या कोष्टकांतून परिणति संस्कार आणून तो कक्षावृत्तीय ग्रहास घावा म्हणजे त्याचें क्रांतिवृत्तीय रविमध्यस्थान सिद्ध होतें.

कक्षावृत्तीयग्रह + परिणति = क्रांतिवृत्तीयग्रह.

उदाहरणः—(न्यास २ रा पहा.) यांत मध्यमगुरु ६८.३३ आहे. यांतून गुरुचें नीचस्थान ३५०.२६ वजा करून आलें मंदकेंद्र ७८.०७. या उपकरणानें ७ व्या कोष्टकांतून मंदफल + ५.४६ आणून त्याचा मध्यमगुरुला संस्कार केल्यानें त्याचें आपल्या कक्षावृत्तावरील स्थान ७३.७९ सिद्ध झालें.

नंतर ७३.७९ यांतून गुरुचा पात ७३.९५ वजा करून बाकी ३५६.८४ हा पातोन गुरु झाला. या उपकरणानें ८ व्या कोष्टकांतून परिणति संस्कार ० आला. त्याचा कक्षावृत्तीय गुरुला ७३.७९ संस्कार करून ७३.७९ हा क्रांतिवृत्तीय गुरु झाला.

पुन्हां पातोन गुरु ३५६.८४ या उपकरणानें ९ व्या कोष्टकांतून गुरुचा रविमध्यशर काढला तर तो - ३.९० येतो. ऋण म्हणजे दक्षिण.

गुरुचें मंदकेंद्र ७८.०७ यानें १० व्या कोष्टकांतून मंदकर्ण काढला तो ५.१६२ आला.

पुढील भूमध्यगणितास लागणारा दीर्घवर्तुलांशाचा गुणक तयार करण्याचीं साधनें रविमध्यगणितांतील उपकरणावर व कोष्टकावर अवलंबून असल्यामुळे तो आणण्याचा प्रकार येथेंच सांगणें बरें.

दीर्घवर्तुलांश गुणकः—मंदकेंद्र उपकरणानें १० व्या कोष्टकांतून ग्रहांचे मंदकर्ण आणावे. रविमंदकेंद्र उपकरण घेऊन ११ व्या कोष्टकांतून ग्रहांचीं समांतरें आणावीं. नंतर या दोहोचें ऐक्य (चिन्हाप्रमाणें) करून त्यांतून बुधादिकांचे मध्यम मंदकर्ण अनुक्रमें ३८७१, ५२३३, १५२३७, ५२२०३, ९५५५, १९२१८ ३०.११० वजा करावे ह्मणजे त्या त्या ग्रहांचे गुणक येतात.

मंदकर्ण + समांतर - मध्यममंदकर्ण = दीर्घवर्तुलांशगुणक.

उदाहरणः--गुरूचे मंदकेंद्र ७८.०७ यांनं १० व्या कोष्टकांतून गुरूचा मंदकर्ण ५.१६२ काढला. पुन्हां रविमंदकेंद्र ३५९.६६ यांनं ११ व्या कोष्टकांतून गुरूचें समांतर + ०.०८७ आणिलें. या दोहोंची बेरीज ५.२४९ यांतून गुरूचा मध्यममंदकर्ण ५.२०३ वजा केल्यानें बाकी +०.०४६ हा त्याचा दीर्घवर्तुलांश गुणक झाला.

याप्रमाणें रविमध्यांतून दिसणारे गुरूचे क्रांतिवृत्तावरचे अवच्छेदक ह्यणजे भोग व शर आले. पण सूर्याचा मध्य बिंदु आह्लांस (भूलाकीच्या रहि-वाशास) दुर्गम असल्यामुळे रविमध्यगणिताची प्रतीति पहाणें आह्लांस अशक्य आहे. सूर्य, पृथ्वी व ग्रह हे एका रेषेंत आल्या वेळीं म्हणजे ग्रहाच्या सूर्यापासून षड्भांतरप्रसंगीं मात्र या गोष्टीचा संभव असतो. पण असे प्रसंग बहिर्ग्रहांच्या-संबंधानें वर्षांतून एकदां मात्र येतात. ह्यणून इतर पाहिजे त्या वेळीं भूमध्यांतून पहाणाऱ्यास ग्रह आकाशांत कोठें दिसेल तें स्थान ठरविण्यासाठीं पुन्हां निराळें गणित केलें पाहिजे. या गणिताला भूमध्यगणित ह्यणतात.

भूमध्यगणित.

भूमध्य दृश्य भोगः--रविमध्यग्रहांतून मंदस्पष्ट रवि वजा करून जी बाकी येईल तिला शीघ्रकेंद्र म्हणतात. शीघ्रकेंद्र उपकरणानें १२ व्या कोष्टकांतून दीर्घवर्तुलांश आणून त्यांस रविमध्यगणिताच्या शेवटीं साधलेल्या गुणकानें गुणावें. गुणाकार दीर्घवर्तुल नांवाचा प्रथम संस्कार होतो.

दीर्घवर्तुलांश × गुणक = दीर्घवर्तुलसंस्कार.

पुन्हां शीघ्रकेंद्र उपकरणानें १३ व्या कोष्टकांतून इनांतर नांवाचा दुसरा संस्कार काढावा. मग हे दोनही संस्कार मंदस्पष्ट रवीला केले म्हणजे भूमध्य-दृश्य ग्रह भोग येतो.

मंदस्पष्ट रवि + दीर्घवर्तुल संस्कार + इनांतर = भूमध्यदृश्यग्रह.

उदाहरणः--(न्यास ३ रा पहा.) रविमध्यगुरू ७३.७९ यांतून स्पष्ट रवि २५८.४२ वजा करून बाकी राहिली १७५.३७ हे शीघ्रकेंद्र झालें. या शीघ्र-केंद्र उपकरणानें १२ व्या कोष्टकांतून गुरूचा दीर्घवर्तुलांश +०.१५ आला. याला रविमध्यगणिताच्या शेवटीं साधलेल्या गुणकानें +०.४६ गुणून गुणाकार +०.०१ हा दीर्घवर्तुलांश संस्कार झाला.

पुन्हां शीघ्रकेंद्र १७५.३७ उपकरणानें १३ व्या कोष्टकांतून गुरूचा इनांतर संस्कार काढला तो + १७५.२७ आला. हे दोनही संस्कार मंदस्पष्टरवीत

२५.६-४२ मिळवून गुरूचा भूमध्यस्पष्ट भोग ७२.७० म्हणजे ७२ अंश ४२ कला आला.

भूमध्यदृश्यशरः—शीघ्रकेंद्र या उपकरणानें १४ व्या कोष्टकांतून शीघ्रकर्ण आणावा. मग रविमध्यदृश्यशराला मंदकर्णानें गुणून गुणाकारास शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार भूमध्यांतून दिसणारा ग्रहशर होतो.

मंदकर्ण व शीघ्रकर्ण हे नेहमी धन असतात. म्हणून रविमध्यशराची जी दिशा तीच भूमध्यशराची दिशा असते. शराच्या मार्गे धन चिन्ह असेल तर तो उत्तर, ऋण चिन्ह असेल तर तो दक्षिण असें जाणावें.

रविमध्यशर × मंदकर्ण ÷ शीघ्रकर्ण = भूमध्यशर.

उदाहरणः—गुरूच्या शीघ्रकेंद्रानें १७५.३७ चौदाव्या कोष्टकांतून गुरूचा शीघ्रकर्ण ४.२०४ आणिला. नंतर - ३.९० या त्याच्या रविमध्यशरास त्यांच्या मंदकर्णानें ५.१६२ गुणून आलेल्या गुणाकारास - २०.१३१८ शीघ्रकर्णानें ४.२०४ भागून भागाकार ४.८ हा गुरूचा भूमध्यदृश्यशर झाला.

भूमध्यदृश्य दिनगति—ग्रहाच्या शीघ्रकेंद्रानें १५ व्या कोष्टकांतून गतिकल आणून त्याचा सूर्याच्या मध्यमगतीला म्हणजे ५९.१ क. यांना संस्कार करावा ह्याने भूमध्यदृश्य दिनगति येते. दिनगति धन असेल तर ग्रह मार्गी असतो पण ऋण येईल तर तो वक्री आहे असें जाणावें.

५९.१ + गतिकल = भूमध्यदृश्यदिनगति.

उदाहरणः—गुरूचे शीघ्रकेंद्र १७५.३७ यानें १५ व्या कोष्टकांतून गतिकल - ६७.० आणून त्याचा ५९.१ यास संस्कार करून आली गुरूची भूमध्यदृश्य दिनगति - ७.९ ही ऋण आहे ह्यापून इष्ट दिवशी गुरु - ७.९ मार्गे जाईल ह्याने त्याची गति वक्र किंवा विलोम असेल.

बुधदिनगति विशेषः—१५ व्या कोष्टकांत जी गतिकल दिली आहेत ती सर्व ग्रहकक्षा वर्तुलाकार व ग्रहगति मध्यम आहेत असें कल्पून तयार केली आहेत. पण ही कल्पना बुधाच्या वस्तुस्थितीशी फारशी जुळत नाही. त्याची कक्षा बरीच लांबांबी असून दिनगति ही मोठी झपाट्याची आहे. या दोन कारणांची उपेक्षा केल्यामुळे त्यांचें गतिकल बरेंच स्थूल झालें आहे. तें सूक्ष्म होण्यासाठी पुढें सांगितल्याप्रमाणें विशेष गणित केलें पाहिजे.

बुधाचें मंदकेंद्र उपकरण घेऊन १५ व्या उपकोष्टकांतून गतिकलगुणक व वर्तुलांश गुणक असे दोन गुणक काढावे. नंतर त्या गुणकांनीं पूर्वी आणलेल्या आपापल्या गुण्यास गुणून येणाऱ्या शुद्ध मानांचा ५९.१ कलांना संस्कार करावा म्हणजे सूक्ष्मगति येईल.

४३

वर्ण
नि

उदाहरण:-बुधाचें मंदकेंद्र रविमध्यगणितप्रसंगी आणिलेले (२ रा न्यास पहा.) $१३^{\circ} ४५'$ आहे. या उपकरणानें ११ व्या उपकोष्टकांतून गुणक काढले ते ०१ व $+००३१$ असे आले. ३ व्या न्यासांत बुधाचें गतिकल $+४१'०३$ कला आहे व वर्तुळांश $-३१'९$ आहेत. यांस ६० नीं गुणून कला कराव्या. मग:-

जी
तो

						क.
	रविमध्यमगति	५९.१
+	२१.३×०८१	+ ३३.२
-	$३१.९ \times ६० (+००३१)$	- ५.९

चा
व्या
नि

बुधाची भूमध्यदृश्य दिनगति. ८६.६

ल

ग्रहांचीं बिंबें (Dises):-बुधादिग्रहांचीं भूमध्यदृश्य बिंबें १६ व्या कोष्टकांत दिलीं आहेत. त्याचें उपकरण शीघ्रकेंद्र आहे. उदा०:-गुरूचें शीघ्रकेंद्र १७५.३७ यानें सदर कोष्टकांतून गुरूचें बिंब $२६''.०$ येतें.

वा
ण

ग्रहांच्या कला (Phases):-ग्रहांचीं बिंबें सर्वदा पूर्ण प्रकाशित नसतात. चंद्रापमाणें त्यांनाही कला असतात. शुक्र मंगळ हे ग्रह पृथ्वीच्या संनिध असल्यामुळें त्यांच्या कला दुर्बिणींतून स्पष्ट दिसतात. शुक्र अंतर्ग्रह असल्यामुळें त्याच्या बिंबावर शुक्र व कृष्ण या दानही पक्षांच्या सर्व तिथींच्या कला क्रमानें दिसून येतात. मंगळ बहिर्ग्रह (Superior planet) असल्यामुळें त्याच्या बिंबावर शुक्र १२ शी पासून कृष्ण ३ ये पर्यंत क्षयवृद्धि दिसते.

ल
श्य
जे

या दोन ग्रहांच्या कला १६ व्या कोष्टकांत दिल्या आहेत. उदा०:-शुक्र व मंगळ यांचीं शीघ्रकेंद्रें (न्यास ३ पहा.) अनुक्रमें २००.० व २६३ आहेत. यावरून त्यांच्या अनुक्रमें २५ व १८ तिथि येतात. म्हणजे शुक्रबिंब कृष्ण १० मीच्या चंद्रबिंबापमाणें दिसेल व मंगळबिंब कृष्ण ३ येच्या चंद्रासारखें दिसेल.

ती
त.
च

ग्रहांचीं क्षितिज लंबनं (Horizontal paralax):-सूर्याचें मध्यम क्षितिज लंबन $८''.८$ आहे. या संख्येला सूर्याच्या इष्ट दिवसाच्या मंदकर्णांनीं भागिलें तर त्या दिवसाचें सूर्याचें क्षितिज लंबन येतें. याच $८''.८$ ना इतर ग्रहांच्या शीघ्रकर्णांनीं भागिलें म्हणजे त्यांचीं इष्ट दिवसांचीं क्षितिजलंबनं येतात. हीं फार अल्प असतात म्हणून तीं कोष्टकांत दिलीं नाहीत. उदा०:-गुरूच्या शीघ्रकर्णांनीं ४.२०४ वरील संख्येस भागिलें तर इष्ट दिवशीं गुरूचें लंबन $२''.१$ होतें असे निष्पन्न होतें. इंद्राच्या शीघ्रकर्णांनीं २९.० भागिलें तर त्याचें लंबन फक्त $०''.३$ येतें. यावरून इंद्रग्रहावरून आमची पृथ्वी बहुधा दिसत नसावी. तथात ती

क
ण
र

सूर्यापासून पुढें किंवा मार्गे २ अंशापेक्षां दूर कधीही जात नाही. तथापि सूर्याचें तेजही १००० पट कमी झालें असतें. म्हणून कदाचित् मोठ्या दुर्बिणींतून दिसली तर दिसेल.

भूमध्यगणित त्रिकोणमितीच्या सूत्राशिवाय सूक्ष्म होत नाही. त्रिकोणमितीचें गणित कठिण नसलें तरी त्यांत लांब लांब संख्यांचे गुणाकार भागाकार करावे लागतात, त्यामुळें त्यांचा लवकरच कंदाळा येतो. म्हणून प्रत्येक कलेच्या किंवा दर दहा दहा विकला कंसाच्या भुज्या कोटिज्या स्पर्शरेषा ज्यांत आहेत अशा कोष्टकाचें साहाय्य घातें लागतें. पण राजाश्रयाशिवाय इतकें श्रम करण्यास थोडेच लोक तयार असतात म्हणून ४१५ कलांची तफावत आली तरी चालिल असें गृहीत धरून वरील सर्व भूमध्य गणित केवळ कोष्टकावरूनच करितां येईल अशी युक्ति आम्हीं योजिली आहे.

ग्रहलाघवकारांना देखील ही अडचण चांगली कळून आली होती म्हणून आपल्या ग्रंथांत ज्या भुज्या आपण येऊं देणार नाही अशी त्यांनीं ग्रंथारंभी प्रतिज्ञा करून गणकांची काळजी दूर केली आहे.

यद्यप्यकार्षुर्रुधः करणानि धीरा
स्तेषुज्यकाधनुरपस्य न सिद्धिरस्मात् ।
ज्याचापकर्मरहितं सुलघुप्रकारं
कर्तुं ग्रहप्रकरणं स्फुटमुद्यतोऽस्मि ॥

—गणेश दैवज्ञ.

श्रीभास्कराचार्यांच्या करणकुतूहलास अनुलक्षून हा दोष दाखविण्यांत आला आहे असें दिसतें.

कै. केरोपंत छत्रे यांनीं आपल्या ग्रहसाधनकोष्टक ग्रंथांत भूमध्यगणितांत ज्या चापकर्माची जरूरी ठेविली असल्यामुळें त्यांचा ग्रंथ मार्गे पडला आहे.

आह्मी या पुस्तकांत गणित करण्याचे दोनही मार्ग खुले ठेविले आहेत म्हणून ज्यांस ज्यास्त सूक्ष्मता पाहिजे असेल त्यांनीं पुढें सांगितल्याप्रमाणें गणित करावें.

अंतर्ग्रहः—बुध व शुक्र.

रविमध्यग्रहांतून स्पष्टरवि वजा करावा, म्हणजे बाकी शीघ्रकेंद्र होते शीघ्रकेंद्राची भुज्या व कोटिज्या आणून त्यांनीं ग्रहाच्या मंदकर्णास निरानिराळे गुणावें. गुणाकार अनुक्रमें लंब व अवलंब होतात.

१ स्वल्पांतरत्व द्रव्ययोगात्प्रसिद्धभावाच्च बहुप्रथासात् ।

ग्रंथस्य तज्ज्ञगुरुनाभयेन चस्यज्यतेऽर्थो न स दूषणाय ॥

—सि. शि. म.

रविमंदकर्णांत अवलंब धनर्ण करून स्फुटावलंब आणावा. लंब व स्फुटावलंब यांच्या वर्गाच्या बेरजेचे जें वर्गमूळ येईल तेवढा ग्रहाचा शीघ्रकर्ण होतो.

लंबास शीघ्रकर्णांत भागावें. भागाकार शीघ्रफलाची भुजज्या होते. भुजज्येवरून उलट धनु (कंस) आणावें तें शीघ्रफल होतें.

शीघ्रफलाचा स्पष्टरवीला संस्कार करावा म्हणजे भूमध्य दृश्य अंतर्ग्रह येतो.

रविमध्यशराला मंदकर्णांत गुणून शीघ्रकर्णांत भागावें. भागाकार भूमध्यशर होतो.

बहिर्ग्रहः—मंगळ, गुरु, शनि, वरुण, इंद्र.

स्पष्टरवीतून रविमध्यग्रह वजा करावा. बाकी विलोम शीघ्रकेंद्र होतें.

विलोम शीघ्रकेंद्राचा भुजज्या व कोटिज्या आणून त्यांनी रवीच्या मंदकर्णास निरनिराळें गुणावें. गुणाकार अनुक्रमें लंब व अवलंब होतात.

ग्रहमंदकर्णांत अवलंब धनर्ण करून स्फुटावलंब आणावा.

लंब व स्फुटावलंब यांच्या वर्गाच्या बेरजेचे वर्गमूळाएवढा शीघ्रकर्ण होतो.

लंबास शीघ्रकर्णांत भागावें. भागाकार शीघ्रफलाची भुजज्या होते. भुजज्येवरून धनु आणावें. तें शीघ्रफल होतें.

शीघ्रफलाचा रविमध्य ग्रहाला संस्कार करावा म्हणजे भूमध्य बहिर्ग्रह होतो.

रविमध्यशराला मंदकर्णांत गुणून शीघ्रकर्णांत भागावें. भागाकार भूमध्यशर होतो.

उदाहरण १ लें. अंतर्ग्रह शुक्राचें—पूर्वीक उदाहरणांत (न्यास २१३ पहा.) रविमध्यशुक्र ९८.३६, स्पष्टरवि २५८.४२, शुक्रमंदकर्ण ७१८४, रविमंदकर्ण १८३२ अशीं मानें आहेंत.

रविमध्यशुक्र	९८	२१.६
स्पष्टरवि	- २५८	२५.२
शीघ्र केंद्र	१९९	५६.४

शीघ्र केंद्र भुज	१९	५६'४		
शीघ्र केंद्र भुजज्या	-	३४१०५	कोटिज्या	-
शुक्रमंदकर्ण	.	७१८४०		७१८४०
गुणाकार लंब	-	२४५०१	अवलंब	-
रविमंदकर्ण	.	.		९८३२०
लंब	-	२४५०१	स्फुटावलंब	३०७८७

शीघ्रकर्ण	=	$\sqrt{(-२४५०१)^2 + (-३०७०७)^2}$	=	३९३४६
शीघ्रफलज्या	=	$(-२४५०१) \div (३९३४६)$	=	-०.६२२७१
शीघ्रफल	=	शीघ्रफल भुजज्येचा कंस	.	- ३८° ३१'
मध्यस्पष्टरवि	.	.	.	२५८ २५
भूमध्यस्पष्ट शुक्र	.	.	.	२१९ ५४

उदाहरण २ रें. बहिर्यह मंगळाचें—पूर्वीक उदाहरणांत न्यास २१३ पहा.
रविमध्य मंगळ १६६.५१, स्पष्टरवि २५८.४२ मंगळ मंदकर्ण १.६३७७, रवि-
मंदकर्ण. ९८३२.

स्पष्टरवि	२५८ २५'२
रविमध्य मंगळ	-१६५ ३०.६
विलोमशीघ्र केंद्र	९२ ५४.६
शीघ्रकेंद्र भुजज्या	+	९९८७२	कोटिज्या	-	०५०५९
रविमंदकर्ण	.	९८३२	.	.	९८३२
गुणाकार लंब	+	९८१९४	अवलंब	-	०४९७४
मंगळमंदकर्ण	१.६३७४०
लंब	+	९८१९४	स्फुटावलंब		१.५८७६६

शीघ्रकर्ण	=	$\sqrt{(९८१९४)^2 + (१.५८७६६)^2}$	=	१.०६६८
शीघ्रफलज्या	=	$(९८१९४ \div १.०६६८)$	=	+५२५९२
शीघ्रफल	.	.	.	+ ३१° ४४'.०
रविमध्य मंगळ	.	.	.	१६५ ३०.६
भूमध्य मंगळ.	.	.	.	१९७ १४.६

टीप-वरील गणितांत लाग्रतमाचा उपयोग केला तर थोडक्या श्रमांत काम होतें. शीघ्रकेंद्र 90° अंशापेक्षा कमी असेल तर शीघ्रफल घन असतें, पण 90° अंशापेक्षा अधिक असेल तर शीघ्रफल ऋण असतें असे निराळें सांगण्याची आवश्यकता नाही. कारण कंस $0^\circ-90^\circ$ असेल तर त्याची भुजज्या घन असते पण $90^\circ-36^\circ$ असेल तर त्याची भुजज्या ऋण असते. तसेंच कंस $270^\circ-90^\circ$ असेल तर कोटिज्या घन, $90^\circ-270^\circ$ असेल तर कोटिज्या ऋण असते असे त्रिकोणमितींत सांगितलें असतेंच.

वर त्रिकोणमितीने केलेल्या गणितावरून शुक्राचा भूमध्य भोग $29^\circ 54'$ येतो आणि मंगळाचा $31^\circ 18' 6''$ येतो. या प्रत्येकांत अयनांश $22^\circ 32' 6''$ मिळविले तर शुक्राचा सायन भूमध्य भोग $28^\circ 26' 6''$ येतो आणि मंगळाचा $29^\circ 47' 2''$ येतो.

हे भोग पान (२७) येथे केलेल्या तुलनेत मांडिले तर ते फ्रेंच गणिताशी पूर्वीच्या भोगापेक्षा जास्त जमतात असे दिसून येईल.

उज्जयिनीकाल २७ घ. १४ प. पौष कृष्ण २ बुधवार शके १८२८ क्रिंवा पारीस दोन प्रहर तारीख २ री जानेवारी १९०७ इ०.

न्यास १ मध्यमगणित विधरण.	रवि.		बुध.		शुक्र.		मंगळ.		गुरु.		शनि.		वसुध.		इंद्र.
	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	
कोष्टक १ क्षेपक चैत्र शुक्ल १ दा. १८००	३४९.०८७	५२.५०	१९५.४७	६९.२०	२७५.६७	३३८.३५	१२७.७५	१५.०८							
गति १ चक्र .	.१२७	३२०.८३	३१८.७९	३६.७९	२१६.६५	२३२.२१	८१.४१	४१.५१							
" ३००० दिवस .	७६.८२८	३७.०२	१२६.३९	१३२.१०	२४९.२७	१००.३८	३५.१९	१७.९५							
" ५०० दिवस .	१३२.८०५	२४६.१७	८१.०६	२६२.०२	४१.५५	१६.७३	५.८७	२.९९							
" ६० दिवस .	५९.१३७	२४५.५४	६६.१३	३१.४४	४.९९	२.०१	.७०	.३६							
१ दिनगति X ४५४ दिवस .	.४४८	१.८६	.७३	.२४	.०४	.०२	.००	.००							
निजमध्यम भोग .	२५८.४३२	१८३.९२	९८.५७	१७१.७९	६८.१७	३२९.७०	२५०.९२	७७.८९							
को. २ गुरु शनीचें आकर्षण श. १८२९															
को. ३ उप. (गु-श) = (६८-३३०) = ९८															
को. ४ उप. (गु-२श) = १२९															
(१) स्फुट मध्यमग्रह .	२५८.४३२	१८३.९२	९८.५७	१७१.७९	६८.१७	३२९.७०	२५०.९२	७७.८९							
को. ५ नीचस्थाने शके १८००	२५८.६८०	५३.४३	१०७.६७	३११.६८	३५०.२२	६८.४५	१४९.१०	२४.२८							
१.५ चक्रगति	.०९०	.०४	.०१	.१३	.०४	.१२	.०३	.०१							
(२) ग्रहांची नीचे	२५८.७७०	५३.४७	१०७.६६	३११.८१	३५०.२६	६८.५७	१४९.१३	२४.२९							
को. ६ पातस्थाने शके १८००	अथनाश	२२.१४२	५३.४३	२६.४३	७७.०७	९०.४८	५१.०३	१०८.२३							
१ चक्रगति .	.२६५	.०४	.१०	.१२	.०८	.१०	.१७	.०६							
३५६० अहर्णः = ५ चक्रगति	.१३२	.०२	.०५	.०६	.०४	.०५	.०८	.०३							
(३) ग्रहाने पात .	२२.५३९	२४.६९	५३.२८	२६.४५	७६.५५	९०.३३	५०.७८	१०८.२३							

उज्जयिनीकाल २७ घ. १४ प. पौष रुष्ण २ या बुधवार शके १८२८.

न्यास २ रविभ्यगणित.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वसण.	इंद्र.
विवरण.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
मध्यग्रह . . . (अ)	२५८.४३२	१८३.९२	१८.५७	१७१.७९	६८.३३	३२९.२२	२५०.९२	७७.८९
नीचे . . . (ब)	२५८.७७०	५३.४७	१०७.६६	३११.८९	३५०.२६	६८.५७	१४९.१३	२४.२९
मंदकद्रें . . . (अ-ब)	३५९.६६२	१३०.४५	३५०.९१	२१९.९८	७८.०७	२६०.६५	१०१.७६	५३.६०
मंदफलें को. ७ उप मंदकद्रें. (क)	- ०.०१२	+ १५.१८	- ०.१६	- ६.२९	+ ५.४६	- ६.३०	+ ५.१९	+ ०.८१
मध्यग्रह . . . (ड)	२५८.४३२	१८३.९२	१८.५७	१७१.७९	६८.३३	३२९.२२	२५०.९२	७७.८९
(२) रवि मध्यग्रह विशेष वृत्तावर. (क+ड)	२५८.४३२	१९९.१०	१८.४१	१६५.५०	७३.७६	३२२.९२	२५६.११	७८.७०
पात (न्यास १) . . . (इ)	.	२४.६९	५३.२८	२६.२५	७६.९५	९०.३३	५०.७८	१०८.१४
पातान रविमध्यग्रह. (क+ड-इ) = फ	.	१७४.४१	४५.१३	१३९.२५	१३९.२५	३३२.५९	२०५.३३	३३०.५५
परिणति. को. ८ उप. पातान र. म. ग्रह (ग)	.	+ ०.०४	- ०.०५	+ ०.०१	०.००	- ०.०२	०.००	०.००
रवि मध्यग्रह विशेष वृत्तावर. (ह)	.	१९९.१०	१८.४१	१६५.५०	७३.७६	३२२.९२	२५६.११	७८.७०
(५) र. म. ग्रह क्रांतिवृत्तावर (ग+ह)	२५८.४३२	१९९.१४	१८.३६	१६५.५१	७३.७६	३२२.९०	२५६.१५	७८.७०
(६) रवि मध्यग्रह को. ९ उप. पातान र. म. ग्र	.	+ ४०.८०	+ १४.४०	+ ७२.५०	- ३.९०	- १९.००	- १९.७०	- ५२.६०
(७) मंदकर्ण को. १० उप. मंदकद्रें (ल)	०.९८३२	४.४६५	०.७१८४	१.६३७४	५.१६२	९.६५६	१६.४१५	२९.९२०
समांतों को. ११ उप. रविकेंद्र (म)	.	+ ०.०६५	+ ०.१२१	+ ०.२५१	+ ०.२५१	+ ०.१५९	+ ०.३२०	+ ०.५२०
मध्यम मंदकर्ण . . . (ल+म)	.	४५३०	७३०५	१.६६२८	१.६६२८	९.८१५	१६.७३५	३०.४४०
दीर्घवर्तुलांशाचे गुणक (ल+म-न)	.	३८७१	७२३३	७.४७१	१.५२३७	९.५५५	१६.२९८	३०.११०
	.	+ ०.६५९	+ ०.०७	+ ०.१३९१	+ ०.१३९१	+ ०.२६०	+ ०.५१७	+ ०.३३०

चंद्रगणित.

बुधादि ग्रहांची मध्यममानें आणण्याच्या रीतीने च १७ व्या कोष्टकांतून इष्ट वेळेचीं चार उपकरणें, चंद्र आणि चक्रशुद्धे राहु यांचीं मध्यम मानें आणावीं.

नंतर १ लें, २ रें, आणि ३ रें या उपकरणांनीं १८ व्या कोष्टकांतून अनुक्रमें गति, तिथि व च्युति हे तीन संस्कार काढून तेच उपकरण आणि चंद्र यांच्या सदरांत मांडावें.

पहिले तीन संस्कार मिळवून येणाऱ्या ४ थ्या उपकरणांन १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा मंदफल संस्कार काढून तो चंद्राच्या [सदरांत] मांडावा. नंतर हे चारही संस्कार मध्यमचंद्रांत मिळवावे. म्हणजे कक्षावृत्तावरील चंद्राचा भोग येतो.

मग कक्षावृत्तावरील चंद्राचा भोग चक्रशुद्धे राहुच्या भोगांत मिळवावा. म्हणजे ५ वें उपकरण तयार होतें. या ५ व्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा परिणति संस्कार आणून तो कक्षावृत्तावरील चंद्राच्या भोगांत मिळवावा. म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील चंद्राचा भोग येतो. यालाच स्पष्टचंद्र म्हणतात.

$$\text{स्पष्टचंद्र} = \left\{ \begin{array}{l} \text{चंद्राचा क्षेपक} + \text{चक्रगति} + \text{अहर्गणगति} \\ + \text{दिनांशगति} + \text{१ ला संस्कार} + \text{२ रा संस्कार} \\ + \text{३ रा संस्कार} + \text{फल संस्कार} + \text{परिणति.} \end{array} \right.$$

उदाहरण:—इ. स. १९०७ माहे जानेवारी तारीख २ री या दिवशीं पारीसच्या मध्यम दोनप्रहरीं स्पष्ट चंद्राचा भोग किती होता तें भोग काढ.

(न्यास ४ पहा). वर सांगिल्याप्रमाणें गणित केलें तर इष्टवेळीं चार उपकरणें मध्यमचंद्र, आणि चक्रशुद्धे राहु यांचीं मानें अनुक्रमें ३५९.६८, २१२.५८ १९२.९३ . . . इत्यादि येतात. पहिल्या तीन उपकरणांनीं १८ व्या कोष्टकांतून आणिलेले तीन संस्कार ०.२५, १.३८, १.०४ चौथ्या उपकरणांत मिळविल्यानें संस्कृत ४ रें उपकरण २३६.५७ आलें. यापासून १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा मंदफल संस्कार १.४६० आणून तो वरील तीन संस्कारांसह मध्यमचंद्रांत मिळविल्यानें १०८.१६९ कक्षावृत्तावरील चंद्राचा भोग आला.

हा भोग चक्रशुद्धे राहु २५८.८२१ यांत मिळविल्यानें ६.९९० हें ५ वें उपकरण सिद्ध झालें. यापासून परिणति संस्कार ०.१३० आणून तो कक्षावृत्तीय चंद्रभोगांत १०८.१६९ मिळवून आला वरीज १०८.२९९ हा पंचसंस्कार संस्कृत चंद्र झाला.

नेहमींच्या तिथिवारादि पंचांगगणिताच्या कामाला जितकी सूक्ष्मता पाहिजे असते तितकी सूक्ष्मता वरील पांच संस्कारांपासून उत्पन्न होते. म्हणून

आमच्या वैजयंती नांवाच्या पंचांगगणितपुस्तकांत हे पांच संस्कार मात्र आम्ही घेतले आहेत. पण ग्रहणादि प्रसंगी जास्त सूक्ष्मतेची गरज लागते. म्हणून अशा प्रसंगी बाकीचे सहा लहान संस्कारही दिले पाहिजेत.

१८ व्या कोष्टकाच्या उच्चरार्धांत शिरोभागी सांगितल्याप्रमाणे पूर्वी आणलेल्या ५ उपकरणांच्या बेरीज वजाबाकीपासून नवीन ६ उपकरणे तयार करून त्यांच्या साधनाने कलात्मक सहा संस्कार आणून ते पंचसंस्कारयुक्त चंद्रभोगांत मिळवावे. आणि आलेल्या बेरजेतून तेरा कला वजा कराव्या म्हणजे सूक्ष्म चंद्रभोग होतो. यांत जरूर प्रसंगी अयनांश मिळवावे म्हणजे सायन चंद्रभोग येतो. पाश्चात्यांचे भोग नेहमी सायन असतात, म्हणून त्यांच्या भोगाशी तुलना करिताना आमचे निरयण भोग सायन केले पाहिजेत.

उदाहरण:—दुसरें उपकरण २१^०.६, द्विगुण ६९.२ यांत उर्गे पहिलें ३५९.७ बरोबर ६९.० सुमारें या उपकरणानें पहिल्या रकान्यांत शिरून पाहिलें तर ५.३ सहावा संस्कार येतो. या रीतीने इतर उपकरणे तयार करून संस्कार आणिले तर अनुक्रमें २.३, ०.४, २.५, ०.७ २.५ येतात. हे सहा संस्कार पंचसंस्कारयुक्त चंद्र १०^० १०^० यांत मिळवून आलेल्या बेरजेतून १३.० वजा केल्या तर १०^० १९.३ हा एकादशसंस्कारसिद्ध स्पष्टचंद्र झाला.

यांत अयनांश २२ ३२.४ मिळविल्यानें १३^० ५१.७ हा सायन चंद्र झाला.

चंद्रशर:—परिणति संस्काराच्या उपकरणांत म्हणजे राहु मिळविलेल्या चंद्रांत ०.१५० मिळवून येणाऱ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून मध्यम चंद्रशर आणावा.

नंतर दुसऱ्या उपकरणाच्या दुपटीतून परिणतीचें उपकरण वजा करून येणाऱ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्र शराचा आकर्षण संस्कार आणून तो मध्यमचंद्रशरांत धनर्ण करावा म्हणजे स्पष्ट चंद्रशर येतो. उदाहरण—

$$(\text{चंद्र} + \text{च. शु. राहु}) = ६.९९$$

$$\begin{array}{rcl} & & ०.१५ \\ \text{को. १८. उप.} & \cdot & \underline{\underline{७०.८}} \end{array} \quad \text{यावरून मध्यमशर} + ० \quad ३७.७$$

$$\text{द्विगुण २ रें उप.} \cdot \quad \cdot \quad ६९.२$$

$$- (\text{चं} + \text{च. रा}) \cdot \quad \cdot \quad - ६.९$$

$$\text{को. १८ उप} \cdot \quad \cdot \quad \underline{\underline{६२.३}} \quad \text{यावरून शरसंस्कार} + \quad \cdot \quad ७.८$$

$$\text{स्पष्ट चंद्रशर उत्तर} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad + \quad \cdot \quad \underline{\underline{४५.५}}$$

चंद्रगणिताचें उदाहरण—न्यास ४.

विवरण.	१ लें उप.	२ रें उप.	३ रें उप.	४ थें उप.	चंद्र.	च. शु. राहु
	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
क्षेपक.	१०.४०	६.१९	१६४.४८	२०५.५६	३४६.२९७	६२.३७५
गति.						
को. १७.१ च.	०६	३.८०	५६.५५	३११.०४	३.९२७	७.७६९
३००० दि.	७६.८३	२१२.२५	१०९.५२	३१४.९७	२८९.०७५	१५८.९७७
५०० दि.	१३२.८०	३३५.३७	२५८.२५	५२.५०	१०८.१७९	२६.४९६
६० दि.	५९.१४	११.४४	३१८.९९	६३.९०	७०.५८२	३.१८०
४५४ दि.	०.४५	५.५३	५.१४	५.९३	५.९८२	०.०२४
क्ष + ग.	३५९.६८	२१४.५८	१९२.९३	२३३.९०	१०४.०४२	१५८.८२१
को. १८ उप.	३५९.७	.	.	.२५	.२५१	
” २		२१४.६०	.	१.३८	१.३७६	
” ३			१९२.९०	१.०४	१.०४०	
” ४				२३६.५७	१.४६०	
” ५					१०८.१६९	१०८.१६९
” ५					१३०	६.९९०
स्पष्टचंद्र.					१०८.२९९	
संस्कार.	उप. कोष्टक १८ चीं उपकरणें.				१०८.१८.०	
६ वा.	(द्विगुण २ रें - १ लें) = ६९				५.३	
७ वा.	(तिसरें - १ लें) = १९३				२.९	
८ वा.	(४ थें - १ लें) = २३७				०.४	
९ वा.	(४ थें + १ लें) = २३६				२.५	
१० वा.	(द्विगुण ५ वें - ४ थें) = १३७				.७	
११ वा.	द्विगुण (५ वें - २ रें) = ३०५				२.५	
					१०८.३२.३	
					- १३.०	
निरयनचंद्र	१०८.१९.३	
अयनांश	२२.३२.४	
सायनचंद्र	१३०.५१.७	

राहुः—चक्रशुद्धराहु ३६० अंशांतून वजा करून बाकी येईल तो राहुचा भोग होतो. राहुच्या भोगांत १८०° मिळविले तर केतूचा भोग येतो उदाः—३६० - २५८.८२१ = १०१.१७९ हा राहुचा भोग झाला.

चंद्र-दिनस्पष्टगतिः—१९ व्या कोष्टकांतून २ च्या, ३ च्या, व ४ थ्या उपकरणांनी गतिकला आणून त्यांची बेरीज करावी म्हणजे चंद्राची इष्ट वेळे पासून पुढे ६० घटीपर्यंत गति येते. उदाहरणः—

को. १९ उप. २ रें	२१३.६ गतिकल	१०२'.५
उप. ३ रें	१९२.९ "	८५.३
उप. ४ थें	२३६.६ "	५४८.८
दिनस्पष्टगति	.	<u>७३६.६</u>

चंद्राचे बिंब व क्षितिजलंबनः—१९ व्या कोष्टकांतून चंद्राच्या दिनस्पष्ट गतिकला या उपकरणाने हीं दोनही माने आणावीं.

सूर्याची दिनस्पष्टगति व बिंबः—१९ व्या कोष्टकांतून चंद्राच्या १ व्या उपकरणाने हीं माने आणावीं. उदाहरणः—

को. १९ उप. ७३६'.६	.	चंद्रबिंब	.	३०'.१
" "	.	क्षि. लंबन	.	५५.२
" उप. ३५९'.७	.	रविबिंब	.	३२.६
" "	.	रविगति	.	६१.१

आमच्या गणिताची फ्रेंच (कोनेझॉसदेताँ) गणिताशीं तुलना.

ता. २ री जानेवारी १९०७ बुधवार.

पारीसचे दोन प्रहर.

ग्रह	ग्रंथ	सायन भोग	शर	मंदकर्ण	दिनगति	बिंब	क्षि. लंबन
सूर्य	ग्रहगणित	२८०° ५७'.७८	• • •	•९८३२	६१'.१	३२'.६	...
	फ्रेंचगणित	२८० ५७.७०	• • •	•९८३३	६१' ०१	३२.६	...
चंद्र	ग्रहगणित	१३० ५१. ७	+४५.५	• • •	७३६.६	३०.१	५५.२
	फ्रेंचगणित	१३० ४७. ४	+४५.७.	• • •	७३५.४	३०.१	५४.९

बुधादि सप्तग्रहांची तुलना.

ग्रह	ग्रंथ	रविमध्यांतून दिसणारे			भूमध्यांतून दिसणारे			
		सायन भोग	शर	मंदकर्ण	सायन भोग	शर	दिनगति	बिं.
बुध	प्र. ग. २२१'४०'.८	+ ४०'.८	०°४४'६५	२६३°१९'.८	+ ०° १४'.७	+ ८६'.६	५"	
	क्रं. ग. २२१' ४०.५	+ ४०.८	०°४४'६५	२६३ २२.५	+ ० १४.०	८७.०	५	
शुक्र	प्र. ग. १२० ५४.०	+ १४४.२	०°७१'८४	२४२ ३३.०	+ ४ १६.४	+ २३.४	४१	
	क्रं. ग. १२० ५५.४	+ १४४.२	०°७१'८५	२४२ २९.५	+ ४ २२.५	२७.७	४१	
मंगळ	प्र. ग. १८८ ३.०	+ ७२.५	१°६३'७४	२१९ ३९.६	+ १ ६.४	+ ३९.४	६	
	क्रं. ग. १८८ १.६	+ ७२.६	१°६३'७६	२१९ ४६.५	+ १ ३.७	३६.४	६	
गुरु	प्र. ग. ९६ १९.८	- ३.९	५°१६'२०	९५ १४.४	- ० ४.८	- ७.९	४६	
	क्रं. ग. ९६ २४.८	- ४.२	५°१६'४०	९५ २०.८	- ० ५.२	- ७.३	४४	
शनि	प्र. ग. ३४५ २७.६	- ११९.०	९°६५'६०	३४० २४.०	- १ ५४.८	+ ४.९	१६	
	क्रं. ग. ३४५ ३१.२	- ११८.८	९°६५'६०	३४० २९.०	- १ ५३.४	+ ४.९	१५	
वरुण	प्र. ग. २७८ ३९.०	- १९.७	१९°४१'५०	२७८ ४५.६	- ० १९.०	+ ३.६	४	
	क्रं. ग. २७८ ३८.६	- १९.६	१९°४४'८०	२७८ ४५.३	- ० १८.७	+ ३.६	४	
बृहस्पति	प्र. ग. १०१ १३.८	- ५२.६	२९°९२'००	१०१ १०.२	- ० ५४.२	- १.७	३	
	क्रं. ग. १०१ १४.८	- ५२.५	२९°९३'४०	१०१ १५.४	- ० ५४.३	- १.७	३	

भोग व शर यावरून विषुवांश व क्रांति आणणें.

मागें गणित करून जे भोग व शर आणिले आहेत ते क्रांतिवृत्ताच्या पातळी (Plane of the Ecliptic) च्या संबंधाचे अवच्छेदक आहेत. पण क्रांतिवृत्ताची पातळी क्षितिज पातळीवर नेहमी चळत असते. म्हणजे या दोन पातळ्यांमधर्वाल कोन व संपात क्षणोक्षणी बदलत असतात. त्यामुळें प्रत्यक्ष वेधावरून ग्रहांचे भोग व शर आणितां येत नाहीत. पण क्षितिजाशी ज्याची पातळी स्थिर असते अशा विषुववृत्ताच्या पातळीच्या (Plane of the celestial Equator) संबंधाचे अवच्छेदक (Co-ordinates) जे विषुवांश व क्रांति त्यांचीं मानें मात्र वेधावरून आणितां येतात. म्हणून ग्रहगणित वेधाशी कितपत जुळतें तें पाहण्यासाठीं विषुवांश व क्रांति आणणें जरूर आहे.

ग्रहांच्या भोगशरावरून त्यांचे विषुवकाल व क्रांति यांची सूक्ष्म मानें आणावयाचीं असतील तर गोलीय त्रिकोणमितीच्या सूत्राचा (Formula)

उपयोग केला पाहिजे. ती रीति ज्योतिर्गणिताच्या ३९२ पृष्ठावर दिली आहे. येथे एखाद्या कलेची कसर आली तरी चालेल असे गृहीत धरून पुढील गणित-पद्धति सांगितली आहे.

ग्रहाच्या भोगांत अयनांश मिळवून सायन भोग आणावे. या उपकरणां २० व्या व २१ व्या कोष्टकांतून भुज व कर्ण नांवाचे दोन गुणक आणून त्यांनी इष्टग्रहाच्या शरास पृथक् गुणून त्याच नांवाची दोन फले आणावी.

इष्टग्रहाच्या सायन भोगास भुजफलाचा संस्कार करावा. या भुजफलसंस्कृत सायन भोगां २२ व्या कोष्टकांतून घटिकादि विषुवकाल (Right Ascension) आणावा. यास ४ नीं गुणून १० नीं भागिलें तर अवरमिनिटात्मक विषुवकाल येतो. भुजफलसंस्कृत सायन भोगां २३ व्या कोष्टकांतून क्रांति आणून तिला कर्णफलाचा संस्कार करावा म्हणजे स्पष्टक्रांति येते.

उदाहरण—गुरुचा भोग ७२ अं. ४२ क. व शर -४.८ क. आहे. तर यावरून त्याचा विषुवकाल व क्रांति आण. इष्ट दिवशीं अयनांश २२.५४ आहेत. (९ न्या. १ पहा.) हे गुरुच्या सायन भोगांत मिळवून आला सायन गुरु १५ १४.४. यावरून २० व्या व २१ व्या कोष्टकांतून भुजगुणक +०.४० व कर्णगुणक १.००० असे येतात.

गुरुचा शर	. . .	-०	४.८			-०	४.८
गुणक	. . .	भुज	+	०.४०	कर्ण	+	१.०००
गुणाकार	. . .	भुजफल	-०	०.२	कर्णफल	-०	४.८
सायन गुरु	. . .			१५	१४.४		
कोष्ट. २२।२३ चें उपकरण				१५	१४.२		
यावरून विषुवकाल	. . .			१५	१७.१५	क्रांति	+२३२ १.०
				X	.४		
होरात्मक	” . . .			६	२२.८	स्फुट क्रांति	+२३ १६.२
फ्रेंचगणित	. . .			६	२३.३		+२३ १५.३

ग्रहांचे विषुवांश आणि क्रांति हीं त्यांच्या वेधांचीं मुख्य साधनें आहेत. यांच्या साहाय्यानें ग्रहांचे दैनंदिन अस्तोदयकाल, याम्योत्तर लंघनकाल, उन्नतांश, दिग्गंश, दिनमान इत्यादि गोष्टींचें गणित करिता येतें. ज्यास संस्कृताचें ज्ञान आहे त्यांनीं हे विषय आमच्या ज्योतिर्गणितांत अथवा केतकीग्रह गणितांत पहावे. अथवा ज्यास इंग्रजी भाषेचें ज्ञान आहे त्यांनीं कोणत्याही इंग्रजी Spherical Astronomy तील Transformation of Co-ordinates हे प्रकरण पहावे.

प ंगगणित.

(Calculation of Indian Calendar.)

पंचांगगणित हा कांहीं विकट विषय नव्हे. हें साध्या त्रैशिकाचें काम आहे. तथापि याची माहिती फार थोड्या गृहस्थास असते. म्हणून या विषयाचें येथें थोडक्यांत विवेचन करण्याचें योजिलें आहे.

चल सूर्यापासून आरंभ करून समग्र क्रांतिवृत्ताचे ३० समान भाग केले तर प्रत्येक भाग बारा बारा अंशाचा पडतो. या भागांना क्रमानें प्रतिपदा, द्वितीया असें म्हणतात.

अचल रेवती नक्षत्रापासून आरंभ करून समग्र क्रांतिवृत्ताचे समान २७ भाग पाडिले तर एकेक भाग ८०० कलांचा होतो. यांस क्रमानें अश्विनी, भरणी असें म्हणतात.

चंद्रसूर्याच्या भोगाचा योग म्हणजे बेरीज करून ती ३६०° पेक्षा जास्त असेल तर ३६०° त्यांतून वजा करून बाकीच्या कला करून त्या कलांस ८०० कलांनीं भागून येणाऱ्या विभागास विष्कंभ, प्रीति इत्यादि योगनामें देतात.

सूर्योदयीं चंद्र ज्या तिथिविभागांत असतो त्या तिथीचें त्या दिवसास नांव देतात. आणि सूर्योदयानंतर ज्या वेळीं चंद्र तो तिथिविभाग ओलांडून पुढील विभागांत शिरतो त्या वेळीं ती तिथि संपली असें म्हणतात.

नक्षत्रे आणि योग यांचाही असाच प्रकार आहे.

जेव्हां सायनयोग १८०° किंवा ३६०° होतो तेव्हां महापात नामक सूर्य-चंद्रांचें क्रांतिसाम्य होण्याचा संधि असतो. हाशि ए इतर गणितात योगाचा उपयोग होत नाहीं.

मुहूर्त पाहणाऱ्यांस मात्र या तीन गोष्टी अव्यावश्यक असतात. करण म्हणजे तिथीचें अर्ध. म्हणून एका चांद्रमासांत साठ करणें असतात.

तिथिसमाप्तिकाल—सूर्योदयकालांन स्पष्ट चंद्रांतून स्पष्ट रवि वजा करून बाकीच्या अंशास १२ नीं भागून येणाऱ्या भागाकाराइतक्या गततिथि होतात. बाका राहिल तो चातू तिथीचा मुक्तांश होतो. मुक्तांश १२ अंशांतून वजा करून भोग्यांश आणून त्याच्या कला कराव्या. मग चंद्रसूर्याच्या दिनस्पष्ट

गतीचें अंतर करावें. नंतर इतकें अंतर वाढण्यास जर ६० घटिका लागतात तर भोग्यांशाइतकें अंतर वाढण्यास किती घटिका लागतील? या त्रैराशिकावरून येणाऱ्या कालीं सूर्योदयीं चालू असणारी तिथि समाप्त झाली पाहिजे हें उंचवडें आहे.

नक्षत्रसमाप्तिकाल—सूर्योदयकालीन स्पष्ट चंद्राच्या कला करून त्यांना ८०० कलांनीं भागून येणारा भागाकार गत नक्षत्रें होतो. बाकी राहिलेल्या कला ८०० कलांत वजा करून भोग्य कला आणाव्या, नंतर चंद्राच्या दिनगतीइतकें नक्षत्र वाढण्यास ६० घटिका लागतात तर भोग्य कला इतकें नक्षत्र वाढण्यास किती घटिका? या रीतीनें चालू नक्षत्र समाप्ति काल आणावा.

योगसमाप्तिकालः—हाही असाच आणावा. सूर्यचंद्रांच्या औदयिक भोग्याची बेरीज करून बेरजेच्या कलांना ८०० कलांनीं भागून गतयोग आणावा. व बाकी राहिलेल्या कला ८०० तून वजा करून भोग्यकला आणाव्या. मग सूर्यचंद्रांच्या दिनगतीच्या बेरजे इतका योग वाढण्यास जर ६० घटिका लागतात तर भोग्यकला इतक्या योगवृद्धीस किती? या त्रैराशिकांनं योगसमाप्तिकाल आणावा.

सूर्योदयापूर्वी ७८ घटिका तिथि समाप्त झाली असेल तर भुक्तांशावरून त्रैराशिकांनं घटिका आणून त्या सूर्योदयांतून म्हणजे साठ घटिकांतून वजा कराव्या म्हणजे भुक्ततिथि समाप्तिकाल येतो. नक्षत्र व योग यांनाही हाच प्रकार लागू आहे.

याप्रमाणें सूर्योदयकालांत मिळविण्याच्या घटिकांना पराख्य संस्कार म्हणतात.

संबंध वर्षाचें पंचांग तयार करावयाचें असेल तर तें काम आमच्या चैजयंती पुस्तकावरून करावें. त्यांतील सर्व काम नुसत्या बेरजेनें होतें.

उदाहरण. शके १८२८ पौष वद्य २ या बुधवारी तिथ्यादिकांचें गणित कर. चंद्रगणिताच्या उदाहरणांत इष्टकाल ४५४ दि. धरून गणित केलें आहे, त्यांतून ४५४ दिनांशाची गति वजा केली म्हणजे प्रातःकालीन मध्यम मार्ग येतात. त्यावरून स्पष्ट रविचंद्र आणून दाखवितों. पान २५ पहा.

वेळ.	रवि.	१ उप.	२ उप.	३ उप.	४ उप.	चंद्र.	च. राहु.
दि.							
.४५	२५८.४३	३५९.७०	२९४.६०	१९२.९०	२३३.९	१०२.०४	२५८.८२
-.४५४	- .४५	- .४०	- ५.५०	- ५.१०	- ५.९	- ५.९८	- .०२
.०००	२५७.९८	३५९.३०	२०९.१०	१८७.८०	२२८.०	९८.०६	२५८.८०
को. १८		.२५	१.३२	१.१३	२.७	२.७०	
		३५९.३	२०९.१	१८७.८	२३०.७	१.८६	
को. १९	-०.०२	६१.१	१०५.१	८४.९	५१९.२	१०२.६२	१०२.६२
प्रातः	५७.९६	रविगति	७०९.२ चंद्रगति			१०२.७७	५ वे. उप.

तिथ्यंत गणितः--स्पष्टचंद्र १०२' ४६' यांतून स्पष्ट रवि २५७.५८' वजा करून बाकी २०२' ४८' येते. इला १२ नीं भागून १७ ही गत तिथि झाली आणि १८ व्या तिथीच्या फक्त ४८' भोगल्या आहेत. आणि ७२०'-४८' = ६७२' भागावयाच्या आहेत, चंद्रसूर्याचे गत्यंतर ७०९'.२ - ६१'.१ = ६४८'.१ आहे. यावरून दिसते की, बुधवारी सूर्योदयापूर्वी सुमारे ४ घटिका १७ वी तिथि पूर्ण झाली. आणि १८ वी तिथि बुधवारी न संपता गुरुवारी सुमारे ३ घटिकांनी संपते. म्हणजे १८ वी तिथि वाढली आहे. म्हणून १७ वी तिथि सूर्योदयापूर्वी केव्हा संपली तें काढणें बरें.

म्हणून ६४८'.१ : -४८'.० :: ६० घ. : - ४६ घ. २७ प.

यावरून ६० घ. - ४ घ. २७ प = ५५ घ. ३३ प. या वेळीं मंगळवारी पौष वादि २ या ही तिथि समाप्त झाली असें समजतें.

नक्षत्रः--चंद्राचा भोग १०२' ४६' = ६१६६' यांस ८००' नीं भागून गत नक्षत्र ७ वें येतें, बाकी ५६६' या ८ व्या नक्षत्राच्या मुक्तकला झाल्या. आणि २३४' या भोग्य आहेत. म्हणून २३४' × ६० घ. ÷ ७०९' = १९ घ. ४७ प. बुधवारी ८ वें पुष्य नक्षत्र संपतें.

योगः--सूर्यचंद्राच्या भोगाची बेरीज ०' ४४' आहे. यावरून वैधृति (शेवटला) योग सूर्योदयापूर्वी नुकताच संपला होता, म्हणून ती वेळ काढणें तर ४४' × ६० ÷ ८००' = ३ घ. १८ प. ही ६० घ. यांतून वजा करून ५६ घ. ४२ प. मंगळवारी वैधृति योग संपला असें सिद्ध होतें.

चंद्रग्रहण.

पंचांगामध्ये दर पूर्णिमेस प्रातःकालचे सूर्य आणि राहु यांचे भोग दिले असतात. राहूमध्ये १८० अंश मिळविले म्हणजे केतूचा भोग होतो. सूर्य आणि त्याच्याजवळ असणारा राहु किंवा केतु यांच्यामध्ये अंतर १३ अंशांपक्षां कमी असेल तर ग्रहणाचा संभव मात्र असतो. पण ९ अंशांपक्षां कमी असेल तर ग्रहण स्वचित होते असे समजावे.

संभव असेल तर चंद्रगणितांत सांगितल्या रीतीने पूर्णिमांताच्या जवळच्या पूर्ण घटकेची पुढील मानें आणावीं. १ लें उपकरण रविमंदकेंद्र असतें म्हणून त्यावरूनच सूर्याचें मंदफल गति, बिंब वगैरे मानें साधावीं.

स्पष्टसूर्य

सूर्यदिनगति

सूर्यबिंब

राहु

अयनांश

स्पष्टचंद्र

चंद्रदिनगति

चंद्रबिंब

चंद्रक्षितिजलंबन.

पूर्णिमांत समयः-स्पष्टसूर्यांत १८० अंश मिळविले म्हणजे भूभाभोग येतो. भूभा म्हणजे भूच्छाया. भूच्छायेंत चंद्र शिरतो म्हणून चंद्रास ग्रहण लागतें हें ध्यानांत ठेवावे. भूभा आणि स्पष्टचंद्र यांच्या अंतराच्या कलांम ६० नीं गुणून गुणाकारास सूर्यचंद्रांच्या दिनगत्यंतरकलांनीं भागून घटिकादि चालून संस्कार आणावा. चंद्रपेक्षां भूभाभोग जास्त असेल तर चालून घन, कमी असेल तर ऋण समजून गणित ज्या घटिकेचें असेल त्या घटिकेला चालनाचा संस्कार करावा म्हणजे पूर्णिमांतसमय येतो.

दिनगतीच्या साहाय्यानें पूर्णिमांतीचा सूर्य आणून त्यांत १८० अंश मिळवावे म्हणजे पूर्णिमांतीचा चंद्र येतो. या चंद्रांत चक्रशुद्ध राहु आणि ०.१५ मिळवून येणाऱ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टांतून चंद्राचा शर आणून तो आपल्या ३५ व्या हिशानें लहान करावा. म्हणजे आकर्षणस्पष्ट चंद्रशर येतो.

चंद्रशरार्चा घटीगतिः-चंद्रदिनगतीला ६६७ नीं भागिले म्हणजे कलादि घटीगति येते. ग्रहण राहु सन्धिध असेल तर ही गति घन म्हणजे उत्तर, केतु सन्धिध असेल तर ऋण म्हणजे दक्षिण असते. ग्रहणपरिलेख काढतांना

(१) वा शर्वरीश ग्रहणप्रसंगे शरः स्ववेदामि (३४) लवोनितःसन्
स्पष्टो भवेत् तद्व्यतिरिक्त काले स्पष्टः शरः पूर्ववेदेव साध्यः ॥

—केतकी.

पूर्णिमांत समयाच्या पुढील आणि मागील पांच पांच घटिकांस चंद्रशराची जरूरी लागते. म्हणून ५ घटिकांची शरगति आणून तिचा पूर्णिमांतीच्या चंद्रशराला संस्कार करावा. म्हणजे त्या त्या वेळचे चंद्रशर येतात.

ग्रहणमध्यकालः—चंद्रापासून जवळच्या राहु किंवा केतु संपातापर्यंत जें अंशात्मक अंतर त्याच्या दुपटीइतक्या फळांस पर्व संस्कार म्हणतात. संपात चंद्राच्यापुढें असेल तर पर्वसंस्कार धन, मागें असेल तर ऋण समजून त्यांचा पूर्णिमांतकालाला संस्कार करावा म्हणजे ग्रहणमध्यकाल येतो.

मग पुढील समीकरणसूत्राप्रमाणें गणित करून स्पर्श संमीलन इत्यादि काल आणावे.

$$\text{भूभाविंब} = \frac{59}{60} \left(\text{द्विगुणचंद्रक्षितिजलंबन} - \text{सूर्यविंब} \right)$$

$$\text{मानैक्यखंड} = \frac{3}{4} \left(\text{भूभाविंब} + \text{चंद्रविंब} \right)$$

$$\text{मानांतरखंड} = \frac{3}{4} \left(\text{भूभाविंब} - \text{चंद्रविंब} \right)$$

$$\text{ग्रास} = \left(\text{मानैक्यखंड} - \text{चंद्रशर} \right)$$

$$\text{खग्रास} = \left(\text{मानांतरखंड} - \text{चंद्रशर} \right)$$

$$\text{ग्रहणस्थितिघटी} = \sqrt{\left(\text{मानैक्यखंड} + \text{चंद्रशर} \right)^2} \times \frac{60}{\text{दिनगत्यंतर}}$$

$$\text{मर्दस्थितिघटी} = \sqrt{\left(\text{मानांतरखंड} + \text{चंद्रशर} \right)^2} \times \frac{60}{\text{दिनगत्यंतर}}$$

$$\text{ग्रहणमध्यकाल} - \text{ग्रहणस्थिति} = \text{स्पर्शकाल}$$

$$\text{ग्रहणमध्यकाल} - \text{मर्दस्थिति} = \text{संमीलनकाल}$$

$$\text{ग्रहणमध्यकाल} \cdot \cdot \cdot = \text{ग्रहणमध्यकाल}$$

$$\text{ग्रहणमध्यकाल} + \text{मर्दस्थिति} = \text{उन्मीलनकाल}$$

$$\text{ग्रहणमध्यकाल} + \text{ग्रहणस्थिति} = \text{मोक्षकाल}$$

ग्रास आणि विंब यांची मानें अंगुलात्मक सांगण्याची प्राचीन ग्रंथकारांची बहि-
षाट आहे. त्याप्रमाणें तीन कलांचें एक अंगुल होतें. (त्रिकलमंगुलमत्र कल्प्यम्)

ग्रहणस्थितीच्या दुपटीस पर्वकाल म्हणतात.

शर उत्तर असेल तर चंद्रविंबाच्या दक्षिणेकडे ग्रास होतो. दक्षिण असेल तर उत्तरेकडे ग्रास होतो.

स्पर्शमोक्षस्थान गणित.

चंद्राच्या मध्यबिंदूपासून उत्तर ध्रुवापर्यंत एक कंम नेला तर तो चंद्राच्या परिघास ज्या बिंदूत छेदितो तो बिंदू उत्तरबिंदू समजून चंद्रबिंबावर स्पर्श-
मोक्ष कोठें होतील तें काढण्याची रीति पुढें सांगणार आहों.

अयनवलनः—सायनचंद्रांत ९० अंश मिलवून येणाऱ्या उपकरणापासून २३ व्या कोष्टकांतून क्रांति आणून तिला अयनवलन (Angle of position) म्हणावे.

विक्षेपवलनः—हे नेहमी पांच अंश असते. ग्रहण राहुसन्धि असेल तर ते धन असते; पण केतुसन्धि असेल तर ऋण असते.

स्पर्शमोक्षांशः—शरास चिन्ह नाही असे मानून त्याला १०० नी गुणून गुणाकारास मानैक्यखंडाने भागावे. या भागाकाराला उपकरण समजून पुढील कोष्टकांतून स्पर्शमोक्षस्थानांश आणावे.

उप	उत्तरशर असेल तर		दक्षिणशर असेल तर	
	स्पर्श	मोक्ष	स्पर्श.	मोक्ष.
	अं.	अं.	अं.	अं.
०	- ९०	+ ९०	- ९०	+ ९०
१०	९६	९६	९६	९६
२०	१०२	१०२	७८	७८
३०	१०८	१०८	७२	७२
४०	११४	११४	६६	६६
५०	१२०	१२०	६०	६०
६०	१२८	१२८	५२	५२
७०	१३५	१३५	४५	४५
८०	१४४	१४४	३६	३६
९०	१५३	१५३	२७	२७
९५	१६२	१६२	१८	१८
१००	-१८०	+ १८०	- ०	०

मग स्पर्शमोक्षस्थाने पुढील रितीने आणावीं.

स्पर्शांश + अयनवलन + विक्षेपवलन = स्पर्शस्थान.

मोक्षांश + अयनवलन + विक्षेपवलन = मोक्षस्थान.

याप्रमाणे आलेली स्थाने ऋण असतील तर चंद्राच्या बिंबाच्या उत्तर

द्विद्विपासून पूर्वेकडे बिंबपरिधावर अंश माजून चिन्ह करावें. पण धन असतील तर पश्चिमेकडे मोजून चिन्ह करावें.

उदाहरणः— शके १८३५ भाद्रपद शुक्ल १५ सोमवारीं प्रातर्गताहर्णण ६००८ ता० १५ सप्टेंबर १९१३ या दिवशीं झालेल्या प्रस्तोदय चंद्रग्रहणाचें गणित कर. या दिवशीं अयनांश २२।३८।१२ आहेत. केतकी पंचांगातील पौर्णिमांत काल २९ व. ३५ प. हा उज्जयिनी रेषेवरचा आहे. आतां इष्टकाल ३० घटी = ५ दि. समजून आपण गणित करूं.

चंद्रग्रहणार्थ सूर्यचंद्रानयन—न्यास ५.

विवरण.	सूर्य.	१ लें उप.	२ रे उप.	३ रे उप.	४ थें उप.	चंद्र.	च. झ. राहू
(को. १७)	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
क्षे. १८००	३४९.०८७	९०.४०	६.१९	१६४.४८	२०५.५६	३४६.२९७	६२.३७५
चक्र १	५२७	०.६	३.८०	५६.५५	३११.०४	३.९२७	७.७६९
दि ६०००	१५३.६५५	१५३.६५	६४.४९	२१९.०३	२६९.९५	२१८.१५०	३१७.९५६
८	७.८८५	७.८८	९७.५३	९०.५३	१०४.५२	१०५.४११	०.४२४
०.५	४९३	५०	६.२०	५.६६	६.५३	६.५८८	०.०२६
क्षे + गति	१५१.२४७	२५२.४९	१७८.२१	१७६.२५	१७७.६०	३२०.३७३	२८.५५०
को. १८		(+४३)	+७६	+१.३८	=२.५७	२.५७०	
					१८०.१७	६.४८०	
		७१०.५ =	(११५.२	+८४.५	+५१०.८	३२९.४२३	३२९.४२३
रविफल	-१.८२०	रविगति	रविबिंब	चंद्रबिंब	चं. लंबन	०.५०	३५७.९७३
स्प. रवि	१४९.४२७	५८.७	३१.८	२९.६	५४.२	३२९.५७२	५ वें उप.
संस्कार		उपको. १८ ची उपकरणी				३२९	३४.२
६ वा .		(द्विगुण २ रे - १ ले) =	१०४				५.५
७ वा .		(३ रे - १ ले) =	२८४				०.३
८ वा .		(४ थें - १ ले) =	२८८				०.२
९ वा .		(४ थें + १ ले) =	१९२				१.८
१० वा .		(द्विगुण ५ वें - ४ थें) =	१७६				१.४
११ वा .		द्विगुण (५ वें - २ रे) =	९				१.५
						३२९	४४.९
						-	१३.०
सर्व संस्कारयुक्त चंद्र						३२९	३१.९

वरील न्यासांत १ लें उपकरण २५२.४९ आहे. हेच सूयाचें मंदकेंद्र आहे. म्हणून यानें ७ व्या कोष्टकांतून रविमंदफल - १.०२० आणिलें आहे. आणि १९ व्या कोष्टकांतून रविगति ५८.५ आणि रविर्विंब ३१.० हीं आणिलीं आहेत.

त्याचप्रमाणें ७१०.२ या चंद्रदिनगति उपकरणानें चंद्राचें विंब २९.६ आणि लंबन ५४.२ हीं आणिलीं आहेत.

गणिताचा सारांश.

स्पष्टसूर्य	• १४ ^९ २५.६	स्पष्टचंद्र	• ३२ ^९ ३१.९
सूर्यदिनगति	• ५८.५	चंद्रदिनगति	• ७१०.५
सूर्यविंब	• ३१.०	चंद्रविंब	• २९.६
राहु	• ३३१ २७.०	चंद्रक्षितिजलंबन	• ५४.२
अयनांश	• २२ ३८.२	चंद्रशरपंचघटीगति	+ ५.३

चंद्रसूर्याच्या दिनगत्यंतराचा द्वादशांश = $(७१०.५ - ५८.५) \div १२ = ५४.३$

पूर्णिमांतसमयः—स्पष्टसूर्य १४^९ २५.६ + १८० = ३२९ २५.६ ही भूभा झाली. स्पष्टचंद्र ३२^९ ३१.९ आहे. याचें अंतर ६.३ आहे. (चंद्रगति - सूर्यगति) = $(७१०.५ - ५८.५) = ६५२'$, हे दिनगत्यंतर झालें. ६.३×३६०० पळें $\div ६५२' = ३३$ पळें हा चालनसंस्कार झाला. भूभा चंद्रापेक्षा कमी आहे म्हणून हा ऋण.

वरील गणित ३० घटिकांचें आहे. म्हणून ३० घ. उणीं ३३ पळें = २९ घ. २७ प. हा पूर्णिमांतकाल झाला.

चंद्रशरः—या वेळचा सूर्य ३३ पळाचें ऋण चालन दिलें तर १४^९ २५' येतो. १८० मिळवून ३२^९ २५' हा चंद्र झाला. यांत चक्रशुद्ध राहु २८ ३३' आणि ०.१५ म्हणजे ९' मिळवून ३५८ ७' हें चंद्रशराचें उपकरण झालें. यावरून १८ व्या कोष्टकांतून चंद्रशर काढिला तर तो दक्षिण - १०.९ येतो.

हा आपल्या ३४ व्या हिशानें कमी करून - १०.६ हा आकर्षणस्पष्ट चंद्रशर झाला.

चंद्रशराची घटीगतिः—चंद्रदिनगति ७५०.५ $\div ६६७ = १.०६५$. ग्रहण राहुसंनिध आहे. म्हणून ही घटीगति धन आहे. म्हणून चंद्रशरः—

- १०.६ - $(१.०६५ \times ५) = - १५.३$ पूर्णिमातापूर्वी ५ घटिकेस

- १०.६ + $(१.०६५ \times ५) = - ५.३$ पूर्णिमांतानंतर ५ घटिकेस.

ग्रहणमध्यकालः—राहु चंद्रध्यापुढें २ अंश आहे म्हणून पर्वसंस्कार ५४ पळें ही पूर्णिमांत मिळवून २९ घ. ३१ प. हा ग्रहणमध्यकाल झाला.

स्पर्शादिकालार्थ उपकरणीं.

भूभाविंब = $\frac{५१}{२} (५४'.२ \times २ - ३१'.८)$ ७८'.१
 मानैक्यखंड = $\frac{१}{२} (७८'.१ + २९'.६)$ ५३'.८
 मानांतरखंड = $\frac{१}{२} (७८'.१ - २९'.६)$ २४'.२
 यास = $(५३'.८ - १०'.६)$ ४३'.२
 खयास = $(२४'.२ - १०'.६)$ १३'.७
 ग्रहणस्थिति = $\sqrt{\{(७८'.१)^2 + (-१०'.६)^2\}}$ $\frac{६५०}{६५२} = ४$ घ. ५१ प.
 मर्दास्थिति = $\sqrt{\{(२४'.२)^2 + (-१०'.६)^2\}}$ $\frac{६५०}{६५२} = २$ घ. ० प.

स्पर्शादिकाल.

स्पर्श = $(२९$ घ. ३१ प.) $- (४$ घ. ५१ प.) = २४ घ. ४० प.
 संमीलन = $(२९$ घ. ३१ प.) $- (२$ घ. ० प.) = २७ घ. ३१ प.
 मध्य = $(२९$ घ. ३१ प.) = २९ घ. ३१ प.
 उन्मीलन = $(२९$ घ. ३१ प.) $+ (२$ घ. ० प.) = ३१ घ. ३१ प.
 मोक्ष = $(२९$ घ. ३१ प.) $+ (४$ घ. ५१ प.) = ३४ घ. ५१ प.

स्टैंडर्डटाइमप्रमाणें स्पर्शादिकाल काढणें.

स्पर्शादिकांचीं जीं वर घटिका पळें आलीं आहेत तीं उज्जयनीच्या मध्यम-सूर्यापासून आहेत. त्यांस अवर मिनिटाचें रूप देऊन त्यांत ६ अ. २७ मि. मिळवावीं म्हणजे स्टैंडर्डटाइम येतें.

उदाहरणः—ग्रहणमध्यकाल २९ घ. ३१ प. = ११ अ. ४८ मि. यांत ६ अ. २७ मि. मिळवून १८ अ. १५ मि. म्हणजे सायंकालचे ६ अ. १५ मि. हा स्टैंडर्डटाइमप्रमाणें ग्रहणमध्यकाल झाला. ग्रहणास्थिति ४ घ. ५१ प. = १ अ. ५६ मि. आणि मर्दास्थिति २ घ. = ४८ मि. होतात. म्हणून पूर्वींकि रीतीनेंः—

चंद्रग्रहणः— ता. ६ सप्टेंबर १९१३ स्टैंडर्डटाइम

ग्रंथ	स्पर्श	संमीलन	मध्य	उन्मीलन	मोक्ष
-	अ. मि.	अ. मि.	अ. मि.	अ. मि.	अ. मि.
.	६ १५	६ १५	६ १५	६ १५	६ १५
- -	१ ५६	- ४८	- -	+ ४८ +	१ ५६
ग्रहणगणित	४ १९	५ २७	६ १५	७ ३	८ ११
फ्रेंचगणित	४ २३	५ ३२	६ १९	७ ६	८ १४
अंतर	४	५	४	३	३

स्पर्शमोक्षस्थाने.

(अंशात्मक)

अयनवलनः--स्पष्टचंद्र ३२° २५' + अयनांश २२° ३८' + ९° = ८३° ३
या उपकरणाने २३ व्या कोष्टकांतून क्रांति + २३° आली. हेच अयनवलन झाले.

विक्षेपवलनः--हे राहुसंनिधग्रहण आहे म्हणून + ५° हे विक्षेपवलन झाले.

स्पर्शमोक्षांशः--चंद्रशर १०' ५ × १०० ÷ ५३' ८ = १९ या उपकरणा.
वरून स्पर्शांश - ७८° आणि मोक्षांश + ७८° येतात.

स्पर्शस्थान = - ७८° + २३° + ५° = - ५०° उत्तरबिंदूपासून पूर्वेकडे

मोक्षस्थान = + ७८° + २३° + ५° = + १०६ " पश्चिमेकडे

यावरून असे समजते की, चंद्राच्या ध्रुवाभिमुख उत्तर बिंदूपासून पूर्वेकडे
बिंबपरिघावर ५० अंशस्थानी ग्रहणाचा स्पर्श होतो आणि पश्चिमेकडे १०६
अंशस्थानी ग्रहणाचा मोक्ष होतो.

(अंगुलात्मक)-स्थानांशास ११ नी भागून येणारी संख्या भारतीय पद्ध-
तीची स्थानांगुले होतात, मग चंद्रबिंबाच्या उत्तर बिंदूपासून परिघावर समान
३२ भाग करावे म्हणजे परिघाचे अंगुलात्मक माप येते. त्यावर अंगुलात्मक
स्थाननिर्देश करावा. प्रकृत उदाहरणांत ५० व १०६ यांस ११ नी भागून ४.५
आणि ९.६ ही अनुक्रमे अंगुलात्मक स्पर्शमोक्षस्थाने येतात.

चंद्रग्रहणाचा परिलेख.

ग्रहणमध्यकाली दिसणाऱ्या ग्रासाची आकृति काढणे. स्पर्शमोक्षादिस्थाने
चंद्रबिंबावर दाखविणे याला चंद्रग्रहणाचे परिलेखन म्हणतात. हा भाग उपपत्ति
प्रकरणांत सविस्तर व समजस रीतीने सांगितला आहे. तो पहावा.

कोष्टक १.
ग्रहांची मध्यम स्थानें.
उपकरण=चक्रों व अहर्गण.

क्षेपक—उज्जयिनी शके १८०० चैत्र शुक्ल १ पदा मध्यमसूर्योदयीं ग्रहांची स्थानें.

शा. श.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र
वर्ष	अंश.	अंश	अंश	अंश	अंश	अंश	अंश	अंश
१८००	३५९.०८७	५२.५०	१९५.५७	६९.२०	२७५.६७	३३८.३५	१२७.७५	१५.०८

Cycles. चक्रांतील मध्यम गति.

चक्र								
१	०२७	३२०.८३	३१८.७९	३६.७९	२१६.६५	२३२.२१	८१.५१	५१.५१
२	२५५	२८१.६७	२७७.५७	७३.५८	७३.३१	१०५.५२	१६२.८२	८३.०३
३	३८२	२४२.५०	२३६.३६	११०.३६	२८९.९६	३३६.६३	२४४.२४	१२४.५४
४	५१०	२०३.३३	१९५.१४	१४७.१५	१४६.६१	२०८.८४	३२५.६५	१६६.०६
५	६३७	१६४.१६	१५३.९३	१८३.९४	३.२७	८१.०५	४७०.०६	२०७.५७
६	७६५	१२५.००	११२.७१	२२०.७३	२१९.९२	३१३.२६	१२८.४७	२४९.०९
७	८९२	८५.८३	७१.५०	२५७.५१	७६.५७	१८५.४७	२०९.८८	२९०.६०
८	१०१९	४६.६६	३०.२९	२९४.३०	२९३.२२	५७.६८	२११.२९	३३२.१२
९	११४७	७.४९	३४९.०७	३३१.०९	१४९.८८	२८९.८९	१२.७१	१३.६३
१०	१२७४	३२८.३३	३०७.८६	७.८८	६.५३	१६२.१०	१४.१२	५५.१५
२०	२५४८	२९६.६५	२५५.७१	१५.७५	१३.०६	३२४.२१	१८८.२३	११०.२९
३०	३८२३	२६४.९८	२०३.५७	२३.६३	१९.५९	१२६.३१	२८२.३५	१६५.४४
४०	५०९७	२३३.३१	१५१.४३	३१.५१	२६.१२	२८८.४१	१६.४७	२२०.५९
५०	६३७१	२०१.६३	९९.२८	३९.३८	३२.६५	९०.५१	११०.५९	२७५.७४

Days. अहर्गणांतील मध्यम गति.

अहर्गण								
१	१८६	४.०९	१.६०	०.५२	०.०८	०.०३	०.०१	०.०१
२	१९७१	८.१८	३.२०	१.०५	१.७७	०.७७	०.०२	०.०१
३	२०८७	१२.२८	४.८१	१.५७	२.५५	१.५०	०.०४	०.०२
४	२२०२	१६.३७	६.४१	२.१०	३.३३	२.३३	०.०५	०.०२
५	२३१८	२०.४६	८.०१	२.६२	४.१२	३.१७	०.०६	०.०३
६	२४३४	२४.५५	९.६१	३.१४	४.९०	४.००	०.०७	०.०४
७	२५५१	२८.६५	११.२१	३.६७	५.६८	४.८३	०.०८	०.०४
८	२६६५	३२.७४	१२.८२	४.१९	६.४६	५.६७	०.०९	०.०५
९	२७८०	३६.८३	१४.४२	४.७२	७.२५	६.५०	०.११	०.०५

Table 1. Arg.=Cycles and Days, Epochs and Mean Motions.

कोष्ठक १.

उपकरण = अहर्गण.

उपक.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शुक्र.
अहर्गण	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	१८५६	४०१२	१६०२	५२४	०८३	०३३	००१२	००६
२०	१९७१२	८१८५	३२०४	१०४८	१६६	०६७	०२३	०१२
३०	२१५६८	१२२७७	४८०६	१५७२	२२९	१००	०३५	०१८
४०	२१५२४	१६३६९	६४०९	२०९६	३०२	१३४	०४७	०२४
५०	२१९२८०	२०४६२	८०११	२६२०	४०५	१६७	०५९	०३०
६०	२१९२३७	२४५५४	९६१३	३१४४	४९२	२०१	०७०	०३६
७०	६८९१३	२८६४६	११२१५	३६६८	५८२	२३४	०८२	०४२
८०	७८८४९	३२७३९	१२८१७	४१९२	६७५	२६८	०९४	०४८
९०	८८७०५	८३१	१४४१९	४७१६	७६८	३०१	१०६	०५४
१००	९८५६१	४९२३	१६०२१	५२४०	८३१	३३५	१०७	०६०
२००	१९७१२२	९८४७	३२०४३	१०४८१	१६६२	६६९	२३५	१२०
३००	२१५६८३	१४७७०	४८०६५	१५७२१	२४९३	१००४	३५२	१७९
४००	३४२४४	१९६९४	६४०८५	२०९६१	३३२४	१३३८	४६९	२३९
५००	१३३८०५	२४६१७	८००६	२६२०२	४१५५	१६७३	५८७	२९९
६००	२३१३६५	२९५४०	९६१२८	३१४४२	४९८५	२००८	७०४	३५९
७००	३२९९२६	३४४६४	११२४९	३६६८	५८१६	२३४२	८२१	४१९
८००	६८४८७	३९८७	१२९७०	४१९२३	६६४७	२६७७	९३८	४७९
९००	१६७०४८	८३११	१९२	१११६३	७४७८	३०११	१०५६	५३८
१०००	२६५६०९	१३२३४	१६२१३	१६४०३	८३०९	३३४६	११७३	५९८
२०००	१७१२१८	२६४६८	३२४२६	३२८०७	१६६१८	६६९२	२३४६	११९६
३०००	७६८२८	३७०२	१२६३९	१३२१०	२४९२७	१००३८	३५१९	१७९५
४०००	३४२४३७	१६९३६	२८८५२	२९६१३	३३२३६	१३३८४	४६९२	२३९३
५०००	२४८०४६	३०९६९	९०६५	१००१६	५५४६	१६७३०	५८६५	२९९१
६०००	१५३६५५	७४०३	२५२७८	२६४२०	१३८५५	२००७६	७०३८	३५८९
१३	१२८१३	५३२०	२०८३	६८१	१०८	४३	१५	०८
१४	१३७९९	५७२९	२२४३	७३४	११६	४७	१६	०८
१५	१४७८५	६१३९	२४०३	७८६	१२५	५०	१८	०९
१६	१५७७०	६५४८	२५६३	८३८	१३३	५४	१९	१०
Arg	Sun	Merc.	Venus	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 1. Arg. = Days elapsed. Mean Motions of the planets.

कोष्टक २.

गुरु व शनि यांचा मोठा आकर्षणसंस्कार.

उपकरण = शालिवाहनशक वर्षे.

उप. शा. श.	गुरुचा	शनीचा	उप. शा. श.	गुरुचा	शनीचा	उप. शा. श.	गुरुचा	शनीचा
वर्ष.	अं.	अं.	वर्ष.	अं.	अं.	वर्ष.	अं.	अं.
१५८०	+ ००	- ००	१७९०	+ २९	- ६९	२१००	- ३१	+ ७३
९०	०२	०६	१८००	२८	६५	१०	३२	७५
१५००	०५	१२	१०	२६	६२	२०	३३	७७
१०	०७	१७	२०	२५	५८	३०	३४	७८
२०	१०	२२	३०	२३	५५	४०	३४	८०
३०	१२	२८	४०	२१	५०	५०	३४	८१
४०	१४	३२	५०	१९	४६	६०	३५	८१
५०	१६	३८	६०	१७	४१	७०	३५	८१
६०	१८	४३	७०	१५	३६	८०	३५	८१
७०	२०	४७	८०	१३	३१	९०	३५	८०
१५८०	२२	५२	१८९०	११	२६	२२००	३४	८०
९०	२४	५६	१९००	०९	२१	१०	३३	७८
१६००	२६	६०	१०	०६	१५	२०	३३	७७
१०	२७	६३	२०	०४	१०	३०	३३	७७
२०	२८	६७	३०	+ ०२	- ०४	४०	३१	७२
३०	३०	७०	४०	००	००	५०	३०	६९
४०	३१	७२	५०	- ०३	+ ०७	६०	२८	६६
५०	३२	७५	६०	०५	१३	७०	२७	६३
६०	३३	७७	७०	०८	१८	८०	२५	५९
७०	३३	७८	८०	०९	२४	९०	२४	५५
१६८०	३४	८०	१९९०	१२	२७	२३००	२२	५१
९०	३४	८०	२०००	१४	३४	१०	२०	४७
१७००	३५	८१	१०	१६	३९	२०	१८	४२
१०	३५	८१	२०	१९	४४	३०	१६	३७
२०	३५	८१	३०	२१	४८	४०	१४	३२
३०	३५	८०	४०	२२	५३	५०	१२	२७
४०	३५	७९	५०	२४	५७	६०	०९	२२
५०	३३	७८	६०	२६	६१	७०	०७	१६
६०	३२	७६	७०	२७	६४	८०	०५	११
७०	३२	७४	८०	२९	६७	९०	०२	०६
१७८०	+ ३०	- ७१	२०९०	- ३०	+ ७१	२४००	- ००	+ ००
Arg.	Jup.	Sat.	Arg.	Jup.	Sat.	Arg.	Jup.	Sat.

Table 2: Arg=Shaka Years; The Great Inequality of Jupiter and Saturn.

कोष्टक ३.

गुरुचा लहान आकर्षणसंस्कार.

उपकरण = (मध्यमगुरु - मध्यमशनि)

उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	+००	६०	+०२	१२०	-०७	१८०	+००	२४०	+०७	३००	-०३
१०	००२	७०	+०१	१३०	००७	१९०	००२	२५०	००६	३१०	००४
२०	००३	८०	-०१	१४०	००७	२००	००४	२६०	००५	३२०	००५
३०	००४	९०	००३	१५०	००६	२१०	००६	२७०	००३	३३०	००४
४०	००५	१००	००५	१६०	००४	२२०	००७	२८०	+०१	३४०	००३
५०	००४	११०	००६	१७०	००२	२३०	००७	२९०	-०१	३५०	००२
६०	+००२	१२०	-०७	१८०	-००	२४०	+०७	३००	-०३	३६०	०००
Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor

Table 3. Arg=(J - S), Jupiter's Small Inequality.

कोष्टक ४.

शनीचा लहान आकर्षणसंस्कार.

उपकरण = (मध्यमगुरु - २ मध्यमशनि)

उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	+०३	६०	-१७	१२०	+०४	१८०	-११	२४०	-०७	३००	+०२
१०	-०५	७०	१४	१३०	००६	१९०	१५	२५०	००	३१०	०२
२०	-१०	८०	००९	१४०	००३	२००	१६	२६०	+००	३२०	०२
३०	१५	९०	-०१	१५०	+०१	२१०	१७	२७०	१४	३३०	०२
४०	१९	१००	००	१६०	-०३	२२०	१७	२८०	२१	३४०	१६
५०	१८	११०	+०२	१७०	००	२३०	१२	२९०	२५	३५०	०९
६०	-१७	१२०	+०४	१८०	-११	२४०	-०७	३००	+०२	३६०	+०३
Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor

Table 4. Arg=(J - 2S); Saturn's Small Inequality.

कोष्टक ५.

ग्रहांचीं नीचें.

उपकरण = चक्रें.

ता. श.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र
वर्षे	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८००	२५८.६८	५३.४३	१०७.६७	३११.६७	३५०.२२	६८.४५	१.४९.१०	२४.२८

चक्रें

चक्रांतील गति

१	०.०६	०.०३	-०.०१	०.०१	०.०३	०.०८	०.०२	०.०१
२	.१३	.०६	.०२	.१८	.०७	.१७	.०३	.०१
३	.१९	.१०	.०२	.२७	.१०	.२५	.०५	.०२
४	.२५	.१३	.०३	.३६	.१४	.३४	.०७	.०२
५	.३१	.१६	.०४	.४४	.१७	.४२	.०८	.०३
६	.३८	.१९	.०५	.५३	.२१	.५१	.१०	.०४
७	.४४	.२२	.०६	.६२	.२४	.५९	.१२	.०४
८	.५०	.२६	.०६	.७१	.२८	.६८	.१४	.०५
९	०.५७	.२९	०.०७	०.८०	०.३१	०.७६	०.१५	०.०५
१०	.६२	.३२	.०८	.८९	०.३५	०.८५	०.१७	०.०६
२०	१.२५	.६५	.१६	१.७८	.७०	१.७०	.३४	.१२
३०	१.८८	.९७	.२४	२.६७	१.०५	२.५५	.५१	.१८
४०	२.५०	१.३०	.३२	३.५६	१.४०	३.४०	.६८	.२४
५०	३.१३	१.६२	.४०	४.४५	१.७५	४.२५	०.८५	०.३०
Arg.	Sun.	Mer.	Ven.	Mars.	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 5. Arg=Cycles. Motions of Perihelia.

कोष्टक ६.

उपकरण = चक्रें; ग्रहांचे कक्षापात.

शा. श.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र
वर्षे	अयनांश	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८००	२२.१४२	२४.७५	५३.४३	२६.४३	७७.०७	९०.४८	५१.०३	१०८.२३
चक्रें चक्रांतील गति								
१	+ २६५	-०.०४	-०.१०	-०.१२	-०.०८	-०.१०	-०.१७	-०.०६
२	५३०	०.७	२०	२४	१५	२०	३४	११
३	७९५	१.१	३०	३६	२३	२९	५१	१७
४	१०६०	१.४	४०	४८	३०	३९	६८	२३
५	१३२५	१.८	५०	६०	३८	४९	०.८५	२८
६	१५९०	२.२	६१	७२	४६	५९	१.०२	३४
७	१८५५	२.५	७१	८४	५३	६९	१.१९	३९
८	२१२०	२.९	८१	९६	६१	७८	१.३६	४५
९	२३८५	०.३२	९१	१०८	०.६८	०.८८	१.५३	०.५१
१०	२६५०	०.३६	१०१	१२०	०.७६	१.०	१.७०	०.५६
२०	५३००	७.२	२.०२	२.४०	१.५२	१.९६	३.४१	१.१३
३०	७९५०	१.०८	३.०३	३.६०	२.२८	२.९४	५.११	१.६९
४०	१०५००	१.४४	४.०४	४.८०	३.०४	३.९२	६.८२	२.२६
५०	१३२५०	-१.८०	-५.०५	-६.००	-३.८०	-४.९०	-८.५२	-२.८२
Arg.	Equin.	Mer.	Ven.	Mars.	Jup	Sat.	Ura.	Nep.

Table 6. Arg = Cycles; Motions of Nodes.

कोष्टक ७.
ग्रहांची मंदफले.
उपकरण = मंदकेंद्र.

+ उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शुक्र.	उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०.०००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	३६०
३	१.०३	१.६५	०.५	०.६३	३.१	३.६	३.०	०.५	३५७
६	२.०५	३.२९	०.८	१.२६	६.१	०.७३	६.०	१.१	३५४
९	३.०७	४.९१	१.२	१.८९	०.९२	१.०९	०.९०	१.६	३५१
१२	४.०८	६.५०	१.६	२.५०	१.२२	१.४८	१.१९	२.१	३४८
१५	५.०८	८.०५	२.१	३.११	१.५२	१.८०	१.४७	२.६	३४५
१८	६.०६	९.५५	२.४	३.७१	१.८१	२.१४	१.७६	३.१	३४२
२१	७.०१	११.००	२.८	४.२९	२.१०	२.४८	२.०४	३.६	३३९
२४	८.००	१२.३८	३.२	४.८५	२.३८	२.८१	२.३१	४.१	३३६
२७	०.८८९	१३.१९	०.३६	५.४०	२.६५	३.१३	२.५७	०.४५	३३३
३०	०.९७९	१४.१३	०.४०	५.९३	२.९१	३.४४	२.८३	०.५०	३३०
३३	१.०६५	१६.०९	०.४३	६.४३	३.१७	३.७४	३.०७	०.५४	३२७
३६	१.१४९	१७.०७	०.४७	६.९१	३.४१	४.०३	३.३१	०.५९	३२४
३९	१.२३०	१८.१६	०.५०	७.३७	३.६५	४.३०	३.५३	०.६३	३२१
४२	१.३०७	१९.०८	०.५३	७.८०	३.८८	४.५७	३.७६	०.६७	३१८
४५	१.३७८	१९.९०	०.५६	८.२०	४.०८	४.८१	३.९५	०.७१	३१५
४८	१.४४८	२०.६४	०.५९	८.५७	४.२७	५.०४	४.१५	०.७५	३१२
५१	१.५१३	२१.३०	०.६२	८.९२	४.४६	५.२६	४.३२	०.७८	३०९
५४	१.५७३	२१.८७	०.६५	९.२३	४.६३	५.४५	४.५०	०.८१	३०६
५७	१.६३०	२२.३६	०.६६	९.५२	४.७८	५.६४	४.६४	०.८४	३०३
६०	१.६८२	२२.७७	०.६९	९.७४	४.९३	५.८०	४.७९	०.८६	३००
६३	१.७२८	२३.१०	०.७०	१०.००	५.०५	५.९५	४.९०	०.८८	२९७
६६	१.७७०	२३.३५	०.७२	१०.१९	५.१७	६.०८	५.०२	०.९१	२९४
६९	१.८०७	२३.५३	०.७४	१०.२५	५.२६	६.१०	५.६१	०.९३	२९१
७२	१.८४७	२३.६५	०.७५	१०.४८	५.३४	६.२८	५.२०	०.९४	२८८
७५	१.८८६	२३.६८	०.७६	१०.५८	५.४१	६.३५	५.२५	०.९५	२८५
७८	१.९२८	२३.६५	०.७७	१०.६५	५.४६	६.४१	५.३१	०.९६	२८२
८१	१.९७३	२३.५६	०.७८	१०.६८	५.५०	६.४५	५.३४	०.९७	२७९
८४	१.९९५	२३.४१	०.७८	१०.६९	५.५२	६.४७	५.३७	०.९८	२७६
८७	१.९२०	२३.१०	०.७९	१०.६७	५.५२	६.४७	५.३७	०.९८	२७३
९०	१.९२२	२२.९३	०.७९	१०.६२	५.५१	६.४६	५.३७	०.९८	२७०
+ Arg	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg

Table 7 Arg=A= Mean Anomaly; Equations of Centre.

कोष्टक ७.

ग्रहांची मंदफलें.

उपकरण = मंदकेंद्र.

+	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शुक्र.	-
उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शुक्र.	उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	१०९२२	२२०९३	००७९	१००६२	५०५१	६०५६	५०३७	००९८	२७०
१३	१०९१७	२२०६२	००७९	१००५५	५०५९	६०५३	५०३५	००९८	२६७
१६	१०९०७	२२०२५	००८८	१००५४	५०५५	६०३८	५०३१	००९७	२६५
१९	१०८९२	२१९८३	००८८	१००३१	५०५०	६०३१	५०२५	००९६	२६१
२०	१०८७२	२१९३७	००७७	१००१५	५०३३	६०२३	५०१९	००९५	२५८
२०	१०८५७	२००८७	००६६	१००९६	५०२५	६०१३	५०१०	००९४	२५५
२०	१०८१५	२००३२	००६५	१००६६	५०१५	६००९	५००२	००९२	२५२
२१	१०७८०	१९०७५	००७३	१००५३	५००५	५०८८	५०१६	००९०	२५१
२१	१०७५०	१९०१२	००७२	१००२८	५०१२	५०७५	५०७९	००८८	२५६
२१	१०६९५	१८०५७	००७०	१००००	५०७९	५०५८	५०६५	००८५	२५३
२२	१०६५७	१७०७९	००६८	८०७१	५०६५	५०५१	५०५२	००८३	२५०
२२	१०५९३	१७००७	००६६	८०३९	५०५८	५०२२	५०३६	००८०	२४७
२२	१०५३५	१६०३३	००६३	८००६	५०३१	५००२	५०२०	००७७	२४५
२२	१०५७३	१५०५६	००६१	७०७५	५०१३	५०८१	५००२	००७५	२४१
२२	१०५०८	१५०७७	००५८	७०३७	३०१५	५०५९	३०८५	००७३	२३९
२३	१०३३८	१३०९५	००५५	६०९६	३०७५	५०३५	३०६५	००६९	२३५
२३	१०२६७	१३०११	००५२	६०५६	३०८७	५०११	३०५५	००६५	२३२
२३	१०१९०	१२०२६	००५९	६०१५	३०३२	३०८६	३०२२	००६०	२१९
२३	१०११०	११०३८	००५६	५०७३	३००९	३०६०	३००१	००५६	२१६
२३	१००२८	१००५९	००५३	५०२९	२०८६	३०३२	२०७८	००५२	२१३
२४	००९५३	९०५८	००३९	५०८५	२०६२	३००५	२०५६	००५८	२१०
२४	०८५७	८०६६	००३५	५०३९	२०३८	२०७६	२०३१	००५३	२०७
२४	०७६७	७०७३	००३२	३०९२	२०१३	२०५७	२००७	००३९	२०५
२४	०६७५	६०७९	००२८	३०५५	१०८७	२०१८	१०८२	००३५	२०१
२४	०५८२	५०८३	००२५	२०९७	१०६१	१०८७	१०५७	००३०	१९८
२४	०४८७	५०८७	००२०	२०५८	१०३५	१०५७	१०३१	००२५	१९५
२४	०३९२	३०९१	००१६	१०९९	१००८	१०२६	१००६	००२०	१९२
२४	०२९५	२०९५	००१२	१०५०	००८१	००९५	००८०	००१५	१८९
२४	०१९७	१०९६	०००८	१०००	००५५	००६३	००५३	००१०	१८६
२४	००९८	००९८	०००५	००५०	००२७	००३२	००२६	०००५	१८३
२४	००००	००००	००००	००००	००००	००००	००००	००००	१८०
+									
Arg	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg

Table 7. Arg = A; The Equations of the Centre.

कोष्टक ८.

ग्रहांचे कक्षापरिणतिसंस्कार.

उपकरण = (रविमध्यग्रह - पात).

उप.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	ईंद्र	उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	.	-०.००	-०.००	-०.००	-०.००	-०.००	.	.	१८०
६	.	.०४	.०१	.००	.००	.००	.	.	१८६
१२	.	.०९	.०२	.०१	.००	.०१	.	.	१९२
१८	.	.१३	.०३	.०१	.००	.०२	.	.	१९८
२४	.	.१६	.०४	.०१	.०१	.०२	.	.	२०४
३०	.	.१८	.०४	.०१	.०१	.०२	.	.	२१०
३६	.	.२०	.०५	.०१	.०१	.०२	.	.	२१६
४२	.	.२१	.०५	.०१	.०१	.०३	.	.	२२२
४८	.	.२१	.०५	.०१	.०१	.०३	.	.	२२८
५४	.	-०.२०	-०.०५	-०.०१	-०.०१	-०.०२	.	.	२३४
६०	.	-०.१८	-०.०४	-०.०१	-०.०१	-०.०२	.	.	२४०
६६	.	.१६	.०४	.०१	.०१	.०२	.	.	२४६
७२	.	.१३	.०३	.०१	.००	.०२	.	.	२५२
७८	.	.०९	.०२	.०१	.००	.०१	.	.	२५८
८४	.	-०.०४	-०.०१	-०.००	-०.००	-०.००	.	.	२६४
९०	.	.००	.००	.००	.००	.००	.	.	२७०
९६	.	+०.०४	+०.०१	+०.००	+०.००	+०.००	.	.	२७६
१०२	.	.०९	.०२	.०१	.००	.०१	.	.	२८२
१०८	.	.१३	.०३	.०१	.००	.०२	.	.	२८८
११४	.	+०.१६	+०.०४	+०.०१	+०.०१	+०.०२	.	.	२९४
१२०	.	+०.१८	+०.०४	+०.०१	+०.०१	+०.०२	.	.	३००
१२६	.	.२०	.०५	.०१	.०१	.०२	.	.	३०६
१३२	.	.२१	.०५	.०१	.०१	.०३	.	.	३१२
१३८	.	.२१	.०५	.०१	.०१	.०३	.	.	३१८
१४४	.	.२०	.०५	.०१	.०१	.०२	.	.	३२४
१५०	.	.१८	.०४	.०१	.०१	.०२	.	.	३३०
१५६	.	.१६	.०४	.०१	.०१	.०२	.	.	३३६
१६२	.	.१३	.०३	.०१	.००	.०२	.	.	३४२
१६८	.	.०९	.०२	.०१	.००	.०१	.	.	३४८
१७४	.	.०४	.०१	.००	.००	.००	.	.	३५४
१८०	.	+०.००	+०.००	+०.००	+०.००	+०.००	.	.	३६०
Arg	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 8. Arg = B = (Planet-Node); Reduction.

कोष्टक ९.

ग्रहांचे रविमध्यशर.

उपकरण = (रविमध्यग्रह-पात.)

उत्तरशर. +		बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	दक्षिणशर.	
उप.	अं.								उप.	अं.
०	१८०	०००	०००	०००	०००	०००	०००	०००	१८०	३६०
३	१७७	२१.९	१०.६	५.८	४.२	७.८	२.५	५.६	१८३	३५७
६	१७४	४३.८	२१.३	११.६	८.३	१५.७	४.८	११.२	१८६	३५४
९	१७१	६५.५	३२.८	१७.४	१२.५	२३.५	७.२	१६.७	१८९	३५१
१२	१६८	८७.१	४४.३	२३.१	१६.५	३१.२	९.६	२२.२	१९२	३४८
१५	१६५	१०८.५	५२.७	२८.७	२०.५	३८.८	१२.०	२७.६	१९५	३४५
१८	१६२	१२९.५	६२.१	३४.३	२४.५	४६.३	१४.३	३३.०	१९८	३४२
२१	१५९	१५०.०	७२.९	४०.८	२८.३	५४.७	१६.६	३८.३	२०१	३३९
२४	१५६	१७०.५	८२.८	४५.१	३२.१	६३.०	१८.८	४३.५	२०४	३३६
२७	१५३	१९०.३	९२.५	५०.४	३५.९	७१.१	२१.०	४८.५	२०७	३३३
३०	१५०	२०९.६	१०१.७	५५.५	३९.५	७९.९	२३.२	५३.५	२१०	३३०
३३	१४७	२२८.५	११०.८	६०.५	४३.०	८९.६	२५.२	५८.२	२१३	३२७
३६	१४४	२४६.५	११९.६	६५.३	४६.५	९९.७	२७.२	६३.८	२१६	३२४
३९	१४१	२६३.९	१२८.१	७०.१	५०.७	११०.३	२९.२	६९.३	२१९	३२१
४२	१३८	२८०.७	१३६.२	७५.३	५४.९	१२०.५	३१.०	७५.५	२२२	३१८
४५	१३५	२९६.६	१४३.९	८०.५	५९.९	१३०.८	३२.८	८१.८	२२५	३१५
४८	१३२	३१२.८	१५१.३	८५.५	६५.७	१४१.५	३४.५	८८.५	२२८	३१२
५१	१२९	३२८.१	१५८.२	९०.६	७१.५	१५२.५	३६.०	९५.१	२३१	३०९
५४	१२६	३४३.५	१६५.७	९५.८	७७.९	१६३.३	३७.५	१०१.८	२३४	३०६
५७	१२३	३५९.०	१७०.७	१०१.१	८४.३	१७४.७	३८.९	१०८.६	२३७	३०३
६०	१२०	३७३.५	१७६.३	१०६.२	९०.५	१८६.८	४०.१	११५.९	२४०	३००
६३	११७	३८७.०	१८१.५	११०.०	९७.५	१९९.६	४१.३	१२३.२	२४३	२९७
६६	११४	४००.५	१८६.०	११३.७	१०४.८	२१३.५	४२.३	१३०.६	२४६	२९४
६९	१११	४१२.०	१९०.१	११७.७	११२.३	२२७.५	४३.३	१३८.७	२४९	२९१
७२	१०८	४२२.५	१९३.६	१२१.६	१२०.६	२४२.६	४४.१	१४७.१	२५२	२८८
७५	१०५	४३१.६	१९६.६	१२५.७	१२९.७	२५८.७	४५.८	१५६.५	२५५	२८५
७८	१०२	४४०.८	१९९.१	१३०.६	१३९.६	२७६.०	४६.८	१६६.५	२५८	२८२
८१	९९	४४८.८	२०१.१	१३५.७	१४९.१	२९४.८	४७.८	१७६.५	२६१	२७९
८४	९६	४५७.६	२०२.५	१४०.५	१५९.१	३१३.५	४८.८	१८६.३	२६४	२७६
८७	९३	४६६.५	२०३.३	१४५.९	१६९.९	३३३.३	४९.३	१९६.७	२६७	२७३
९०	९०	४७२.०	२०३.६	१५१.१	१८१.०	३५३.५	५०.६	२०६.९	२७०	२७०
Arg	Arg	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.	Arg.

Table 9. Arg = B; The Heliocentric Latitudes.

कोष्टक १०.
ग्रहांचे मंदकर्ण.
उपकरण = मंदकेंद्र.

उप.	रवि.	बुध.	शुक.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शंद्र.	उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०.९८३२	०.३०७५	०.७१८३	१.३८१६	५.९५२	९.०१०	१८.२९१	२९.८१५	३६०
३	०.९८३२	०.३०७७	०.७१८३	१.३८१९	५.९५३	९.०११	१८.२९३	२९.८१५	३५७
६	०.९८३३	०.३०८२	०.७१८५	१.३८२६	५.९५५	९.०१३	१८.२९६	२९.८१५	३५५
९	०.९८३५	०.३०९१	०.७१८५	१.३८३८	५.९५६	९.०१८	१८.३०५	२९.८१५	३५१
१२	०.९८३६	०.३१०२	०.७१८५	१.३८५५	५.९५८	९.०२३	१८.३११	२९.८१२	३५८
१५	०.९८३८	०.३१११	०.७१८६	१.३८७५	५.९६२	९.०३०	१८.३२५	२९.८१२	३५५
१८	०.९८४१	०.३१३६	०.७१८६	१.३९००	५.९६६	९.०३९	१८.३३९	२९.८१२	३५२
२१	०.९८४५	०.३१५७	०.७१८७	१.३९३०	५.९७१	९.०५०	१८.३५७	२९.८१३	३४९
२४	०.९८४७	०.३१८१	०.७१८८	१.३९६५	५.९७६	९.०६१	१८.३७६	२९.८१५	३४६
२७	०.९८५१	०.३२०७	०.७१८९	१.४००२	५.९८२	९.०७५	१८.४००	२९.८१३	३४३
३०	०.९८५५	०.३२३६	०.७१९१	१.४०४५	५.९८९	९.०९०	१८.४२३	२९.८१५	३४०
३३	०.९८६०	०.३२६७	०.७१९२	१.४०९०	५.९९६	९.१०६	१८.४५५	२९.८१६	३३७
३६	०.९८६५	०.३२९९	०.७१९३	१.४१३९	५.००५	९.१२३	१८.४८८	२९.८१५	३३५
३९	०.९८७१	०.३३३५	०.७१९५	१.४१९२	५.०१३	९.१४२	१८.५१९	२९.८१५	३३१
४२	०.९८७७	०.३३७२	०.७१९७	१.४२४७	५.०२२	९.१६१	१८.५५२	२९.८१२	३३८
४५	०.९८८३	०.३४१०	०.७१९८	१.४३०६	५.०३२	९.१८२	१८.५८७	२९.८११	३३५
४८	०.९८८९	०.३४४९	०.७२००	१.४३६७	५.०४२	९.२०५	१८.६२३	२९.८१०	३३२
५१	०.९८९६	०.३४८९	०.७२०२	१.४४२१	५.०५३	९.२२७	१८.६५९	२९.८११	३२९
५४	०.९९०३	०.३५३०	०.७२०५	१.४४९६	५.०६५	९.२५१	१८.६९१	२९.८१२	३२६
५७	०.९९११	०.३५७२	०.७२०६	१.४५६३	५.०७५	९.२७५	१८.७३२	२९.८१३	३२३
६०	०.९९१८	०.३६१५	०.७२०९	१.४६३३	५.०८७	९.३०१	१८.७७५	२९.८१५	३२०
६३	०.९९२६	०.३६५६	०.७२११	१.४७०५	५.०९९	९.३२७	१८.८१७	२९.८१७	३१७
६६	०.९९३५	०.३६९९	०.७२१५	१.४७७६	५.१११	९.३५३	१८.८६१	२९.८१७	३१५
६९	०.९९४२	०.३७४१	०.७२१६	१.४८५९	५.१२५	९.३८०	१८.९०६	२९.८१२	३११
७२	०.९९५१	०.३७८५	०.७२१८	१.४९३३	५.१३६	९.४०८	१८.९५२	२९.८१५	३०८
७५	०.९९५९	०.३८२६	०.७२२१	१.४९९७	५.१४९	९.४३६	१८.९९८	२९.०००	३०५
७८	०.९९६८	०.३८६८	०.७२२५	१.५०७१	५.१६२	९.४६३	१९.०४५	३०.०००	३०२
८१	०.९९७६	०.३९०९	०.७२२६	१.५१५६	५.१७५	९.४९१	१९.०९२	३०.०३५	२९९
८४	०.९९८५	०.३९५०	०.७२२९	१.५२२१	५.१८८	९.५२०	१९.१३९	३०.०७८	२९६
८७	०.९९९५	०.३९९१	०.७२३१	१.५२९५	५.२०१	९.५५८	१९.१८६	३०.०६२	२९३
९०	१.०००३	०.४०३०	०.७२३५	१.५३६९	५.२१५	९.५९६	१९.२३५	३०.०७७	२९०
Arg.	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 10. Arg. = A; Radii Vectors = Distances from the Sun.

कोष्टक १०.

ग्रहांचे मंदकर्ण.

उपकरण = मंदकेंद्र.

उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	ब्रह्मण.	ईंद्र.	उप.
अं.									अं.
१०	१.०००३	०.४०३०	०.७०३५	१.५३६९	५.२१४	९.५७६	१९.२३४	३०.०७७	२७०
१३	१.००१२	०.४०६९	०.७०३७	१.५४५२	५.२२७	९.६०५	१९.२८०	३०.०८९	२६७
१६	१.००२०	०.४१०७	०.७०३९	१.५५१४	५.२४०	९.६३३	१९.३२७	३०.१०२	२६४
१९	१.००२९	०.४१४५	०.७०४२	१.५५८५	५.२५३	९.६६१	१९.३७४	३०.११६	२६१
२२	१.००३८	०.४१८०	०.७०४५	१.५६५५	५.२६६	९.६८९	१९.४२०	३०.१२९	२५८
२५	१.००४६	०.४२१५	०.७०४७	१.५७२३	५.२७८	९.७१८	१९.४६७	३०.१४२	२५५
२८	१.००५५	०.४२५१	०.७०५०	१.५७९१	५.२९०	९.७४६	१९.५१४	३०.१५५	२५२
३१	१.००६३	०.४२८७	०.७०५२	१.५८५९	५.३०२	९.७७५	१९.५६१	३०.१६८	२४९
३४	१.००७१	०.४३२२	०.७०५५	१.५९२९	५.३१४	९.७८८	१९.५९२	३०.१८०	२४६
३७	१.००७९	०.४३५८	०.७०५७	१.५९९८	५.३२५	९.८०१	१९.६३२	३०.१९२	२४३
४०	१.००८६	०.४३९३	०.७०५९	१.६०६६	५.३३६	९.८१४	१९.६७२	३०.२०५	२४०
४३	१.००९३	०.४४२९	०.७०६१	१.६१३४	५.३४७	९.८२७	१९.७१५	३०.२१७	२३७
४६	१.०१००	०.४४६४	०.७०६३	१.६२०२	५.३५८	९.८४०	१९.७५७	३०.२२९	२३४
४९	१.०१०७	०.४५००	०.७०६५	१.६२७०	५.३६९	९.८५३	१९.८००	३०.२४१	२३१
५२	१.०११५	०.४५३६	०.७०६७	१.६३३८	५.३८०	९.८६६	१९.८४२	३०.२५३	२२८
५५	१.०१२२	०.४५७१	०.७०६९	१.६४०६	५.३९१	९.८७९	१९.८८५	३०.२६५	२२५
५८	१.०१२९	०.४६०७	०.७०७१	१.६४७४	५.४०२	९.८९२	१९.९२७	३०.२७७	२२२
६१	१.०१३६	०.४६४२	०.७०७३	१.६५४२	५.४१३	९.९०५	१९.९७०	३०.२८९	२१९
६४	१.०१४३	०.४६७८	०.७०७५	१.६६१०	५.४२४	९.९१८	१९.९९२	३०.३०१	२१६
६७	१.०१५०	०.४७१३	०.७०७७	१.६६७८	५.४३५	९.९३१	१९.९९५	३०.३१३	२१३
७०	१.०१५७	०.४७४९	०.७०७९	१.६७४६	५.४४६	९.९४४	१९.९९८	३०.३२५	२१०
७३	१.०१६४	०.४७८४	०.७०८१	१.६८१४	५.४५७	९.९५७	२०.००१	३०.३३७	२०७
७६	१.०१७१	०.४८२०	०.७०८३	१.६८८२	५.४६८	९.९७०	२०.००४	३०.३४९	२०४
७९	१.०१७८	०.४८५६	०.७०८५	१.६९५०	५.४७९	९.९८३	२०.००७	३०.३६१	२०१
८२	१.०१८५	०.४८९१	०.७०८७	१.७०१८	५.४८०	९.९९६	२०.०१०	३०.३७३	१९८
८५	१.०१९२	०.४९२७	०.७०८९	१.७०८६	५.४९१	१०.००९	२०.०१३	३०.३८५	१९५
८८	१.०१९९	०.४९६२	०.७०९१	१.७१५४	५.४९२	१०.०१२	२०.०१६	३०.३९७	१९२
९१	१.०२०६	०.४९९८	०.७०९३	१.७२२२	५.४९३	१०.०१५	२०.०१९	३०.४०९	१८९
९४	१.०२१३	०.५०३३	०.७०९५	१.७२९०	५.४९४	१०.०१८	२०.०२२	३०.४२१	१८६
९७	१.०२२०	०.५०६९	०.७०९७	१.७३५८	५.४९५	१०.०२१	२०.०२५	३०.४३३	१८३
१००	१.०२२७	०.५१०४	०.७०९९	१.७४२६	५.४९६	१०.०२४	२०.०२८	३०.४४५	१८०
Arg.	Sun	Mer.	Ven	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 10. Arg. = A ; Radii Vectors = Distances from the Sun.

कोष्टक ११.

ग्रहांचीं समांतरें.

उपकरण = रविमंदकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
००	+००६५	+०१२१	+०२५४	+०८७	+१५९	+३२०	+५०२
१०	+००६४	+०११९	+०२५१	+०८६	+१५०	+३१६	+४९५
१९	+००६१	+०११३	+०२५९	+०८२	+१५०	+३०१	+४७९
२९	+००५६	+०१०५	+०२२१	+०७५	+१३८	+२७८	+४३५
३९	+००५०	+००९२	+०१९५	+०६७	+१२२	+२४६	+३८४
४९	+००४१	+००७७	+०१६३	+०५६	+१०२	+२०५	+३२१
५९	+००३२	+००६०	+०१२६	+०४३	+०७९	+१५९	+२४९
६९	+००२२	+००४१	+००८७	+०३०	+०५४	+१०९	+१७१
७८	+००११	+००२१	+००४४	+०१५	+०२८	+०५६	+०८७
८८	+००००	+००००	+००००	+०००	+०००	+०००	+०००
९८	-००११	-००२०	-००४३	-०१५	-०२७	-०५४	-०८४
१०८	-००२२	-००४०	-००८६	-०२९	-०५३	-१०८	-१६८
११८	-००३१	-००५८	-०१२४	-०४२	-०७७	-१५५	-२४३
१२८	-००४१	-००७६	-०१६०	-०५५	-१००	-२०१	-३१५
१३८	-००४९	-००९१	-०१९२	-०६६	-१२०	-२४२	-३७८
१४७	-००५५	-०१०३	-०२१६	-०७४	-१३५	-२७२	-४२६
१५७	-००६०	-०११२	-०२३६	-०८१	-१४८	-२९६	-४६५
१६७	-००६३	-०११९	-०२५०	-०८५	-१५६	-३१३	-४९२
१७७	-००६५	-०१२१	-०२५४	-०८७	-१५९	-३२०	-५०१
१८७	-००६४	-०१२०	-०२५३	-०८६	-१५८	-३१८	-४९८
Arg.	Mer	Ven.	Mars	Jup	Sat.	Ura.	Nep.

Table 11. Arg. = Sun's mean Anomaly ; Parallel Distances.

कोष्क ११.

ग्रहांची समांतरें.

उपकरण = रविमंदकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	ईंद्र.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८७.२	-००६४	-०१२०	-०२५३	-०८६	-१५८	-३१८	-४९८
१९७.१	००६२	०११६	०२४४	०८३	१५३	३०७	४८०
२०६.९	००५८	०१०८	०२२७	०७७	१४२	२८६	४४७
२१६.८	००५२	००९८	०२०८	०७०	१२९	२५८	४०५
२२६.७	००४५	००८४	०१७७	०६०	१११	२२२	३४८
२३६.५	००३६	००६८	०१४३	०४९	०९०	१८०	२८२
२४६.४	००२७	००५०	०१०५	०३६	०६६	१३३	२०७
२५६.२	००१६	००३०	००६४	०२२	०४०	०८०	१२६
२६६.१	-०००५	-०००९	-००२०	-००७	-०१२	-०२५	०३९
२७५.९	+०००६	+००११	+००२३	+००८	+०१४	+०२९	+०४५
२८५.८	००१७	००३९	००६६	०२२	०४१	०८२	१२९
२९५.६	००२७	००५३	०१०८	०३७	०६८	१३६	२११
३०५.५	००३७	००६९	०१४५	०४९	०९१	१८२	२८५
३१५.४	००४५	००८६	०१८०	०६१	११५	२३१	३५४
३२५.२	००५३	००९९	०२०९	०७१	१३१	२६२	४११
३३५.१	००५८	०१०९	०२३०	०७९	१४४	२९०	४५१
३४५.९	००६५	०११६	०२४५	०८४	१५३	३०९	४८९
३५५.८	००६५	०१२१	०२५७	०८७	१५९	३२०	५०९
३६	+००६५	+०१२०	+०२५३	+०८६	+१५८	+३१८	+४९८
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup	Sat	Ura.	Nep.

Table 11. Arg. = Sun's mean Anomaly ; Parallel Distances.

कोष्टक १२.
 ग्रहांचे दीर्घवर्तुलांश.
 उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+	शुभ.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	ईंद्र.	-
उप.								उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०.०	०.०	०.०	०.००	०.००	०.०००	०.०००	३६०
३	१.५	१.०	०.५	०.०८	०.०३	०.००७	०.००३	३५७
६	३.१	२.०	०.९	०.१६	०.०५	०.०१५	०.००६	३५५
९	४.६	३.०	१.३	०.२३	०.०८	०.०२१	०.००९	३५१
१२	६.२	४.०	१.८	०.३१	०.११	०.०२८	०.०१३	३५८
१५	७.८	५.०	२.३	०.३८	०.१३	०.०३५	०.०१५	३५५
१८	९.४	६.१	२.८	०.४६	०.१६	०.०४३	०.०१८	३५२
२१	१०.९	७.१	३.३	०.५५	०.१८	०.०५०	०.०२१	३४९
२४	१२.५	८.२	३.८	०.६२	०.२१	०.०५७	०.०२४	३४६
२७	१४.१	९.२	४.३	०.६९	०.२४	०.०६५	०.०२७	३४३
३०	१५.८	१०.३	४.८	०.७७	०.२६	०.०७१	०.०३०	३४०
३३	१७.४	११.४	५.३	०.८५	०.२९	०.०७७	०.०३३	३३७
३६	१९.०	१२.५	५.८	०.९३	०.३१	०.०८३	०.०३५	३३५
३९	२०.६	१३.६	६.३	१.००	०.३४	०.०८९	०.०३९	३३१
४२	२२.२	१४.७	६.९	१.०७	०.३६	०.०९५	०.०४३	३२८
४५	२३.८	१५.९	७.४	१.१४	०.३८	०.१०२	०.०४६	३२५
४८	२५.५	१७.०	७.९	१.२२	०.४१	०.११०	०.०५०	३२२
५१	२७.१	१८.१	८.५	१.२८	०.४३	०.११५	०.०५४	३१९
५४	२८.९	१९.५	९.०	१.३५	०.४५	०.१२०	०.०५९	३१६
५७	३०.६	२०.८	९.६	१.४२	०.४७	०.१२५	०.०६३	३१३
६०	३२.३	२२.१	१०.२	१.४९	०.४९	०.१३०	०.०६७	३१०
६३	३४.१	२३.५	१०.८	१.५६	०.५०	०.१३३	०.०७१	३०७
६६	३५.८	२४.८	११.५	१.६३	०.५२	०.१३७	०.०७६	३०५
६९	३७.५	२६.३	१२.१	१.६८	०.५४	०.१४१	०.०८०	३०१
७२	३९.२	२७.७	१२.८	१.७४	०.५६	०.१४५	०.०८५	२९८
७५	४१.०	२९.२	१३.५	१.८०	०.५७	०.१४९	०.०८८	२९५
७८	४२.७	३०.७	१४.२	१.८५	०.५८	०.१५३	०.०९२	२९२
८१	४४.५	३२.३	१४.९	१.९०	०.५९	०.१५७	०.०९६	२८९
८४	४६.३	३३.०	१५.६	१.९५	०.६०	०.१६१	०.०९९	२८६
८७	४८.१	३५.८	१६.४	१.९९	०.६१	०.१६५	०.१०३	२८३
९०	४९.९	३७.६	१७.३	२.०४	०.६२	०.१६९	०.१०७	२८०
+								
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 12. Arg = 0; The Elliptical Multiplicands:

कोष्टक १२.
 ग्रहांचे दीर्घवर्तुलांश.
 उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+ उप.	बुध.	शुक्र	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	- उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	४१.१	३७.६	१७.३	२.०४	०.६२	०.१५५	०.०६३	२७०
१३	५१.७	३९.५	१८.२	२.०७	०.६२	०.१५५	०.०६३	२६७
१६	५३.३	४१.५	१९.०	२.११	०.६३	०.१५६	०.०६३	२६४
१९	५५.०	४३.६	२०.०	२.१४	०.६३	०.१५५	०.०६३	२६१
१०२	५६.७	४५.८	२१.०	२.१६	०.६३	०.१५४	०.०६३	२५८
१०५	५८.३	४८.२	२२.०	२.१७	०.६३	०.१५३	०.०६३	२५५
१०८	५९.९	५०.७	२२.९	२.१९	०.६३	०.१५२	०.०६२	२५२
१११	६१.६	५३.३	२४.०	२.१९	०.६३	०.१५१	०.०६२	२४९
११४	६३.७	५६.०	२५.१	२.१९	०.६२	०.१४९	०.०६१	२४६
११७	६५.९	५९.०	२६.४	२.१८	०.६१	०.१४५	०.०५९	२४३
१२०	६८.१	६२.०	२७.७	२.१७	०.६०	०.१४१	०.०५६	२४०
१२३	६९.०	६५.३	२९.१	२.१५	०.६१	०.१३७	०.०५४	२३७
१२६	६९.८	६८.९	३०.३	२.१२	०.५७	०.१३२	०.०५२	२३४
१२९	६९.७	७२.७	३१.७	२.०८	०.५५	०.१२८	०.०५१	२३१
१३२	६९.४	७६.७	३३.२	२.०२	०.५३	०.१२४	०.०४९	२२८
१३५	६९.२	८०.९	३४.८	१.९५	०.५१	०.१२०	०.०४७	२२५
१३८	६९.८	८५.६	३६.३	१.८८	०.४९	०.११६	०.०४५	२२२
१४१	६९.८	९०.४	३७.८	१.८१	०.४७	०.११२	०.०४२	२१९
१४४	६९.३	९५.५	३९.३	१.७२	०.४४	०.१०८	०.०३९	२१६
१४७	६९.३	१००.५	४०.७	१.६२	०.४१	०.१०२	०.०३६	२१३
१५०	६९.८	१०६.०	४२.०	१.५१	०.३८	०.०९५	०.०३३	२१०
१५३	६९.५	१११.०	४३.९	१.३८	०.३५	०.०८७	०.०३०	२०७
१५६	६९.७	११५.६	४६.४	१.२५	०.३१	०.०७९	०.०२७	२०४
१५९	६८.१	११९.०	४९.१	१.११	०.२८	०.०६१	०.०२३	२०१
१६२	६८.८	१२२.०	५१.८	०.९७	०.२४	०.०५५	०.०२०	१९८
१६५	६८.९	१२५.९	५४.२	०.८२	०.२०	०.०४५	०.०१७	१९५
१६८	६९.३	१२९.१	५६.९	०.६६	०.१६	०.०३५	०.०१४	१९२
१७१	६९.२	१३२.९	६०.७	०.५१	०.१२	०.०२७	०.०१०	१८९
१७४	६९.८	१३६.९	६०.६	०.३४	०.०८	०.०१९	०.००६	१८६
१७७	६९.०	१४०.८	६०.७	०.१८	०.०४	०.०११	०.००३	१८३
१८०	६९.०	०.०	०.०	०.००	०.००	०.०००	०.०००	१८०
+ Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Junp.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 12, Arg. = C; The Elliptical Multiplicands.

कोष्क १३.

ग्रहांचीं इनांतरें.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+	बुध.	शुक.	मंगल.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	-
उप.								उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	३६०
३	०.८५	१.२६	१.८१	२.५२	२.७१	२.८५	२.९१	३५७
६	०.६७	२.०२	३.०२	५.०३	५.५३	५.७०	५.८१	३५४
९	०.५१	३.७८	५.०३	७.५५	८.०५	८.५५	८.७१	३५१
१२	३.३५	५.०३	७.२५	१०.०७	१०.८७	११.५१	११.६१	३४८
१५	४.१७	६.२९	९.०६	१२.६०	१३.५९	१४.२७	१४.५२	३४५
१८	५.००	७.५५	१०.८८	१५.१२	१६.३१	१७.१२	१७.५३	३४२
२१	५.८२	८.७९	१२.७०	१७.६६	१९.०५	१९.९७	२०.३५	३३९
२४	६.६३	१०.०४	१४.५२	२०.१९	२१.७७	२२.८५	२३.२५	३३६
२७	७.४४	११.२९	१६.३५	२२.७४	२४.७१	२५.६९	२६.१६	३३३
३०	८.२५	१२.५५	१८.१८	२५.२९	२७.२५	२८.५७	२९.०७	३३०
३३	९.०५	१३.८८	२०.०२	२७.८५	२९.९९	३१.५५	३१.९९	३२७
३६	९.८३	१५.०१	२१.८६	३०.५१	३२.८५	३४.३०	३४.९१	३२४
३९	१०.६१	१६.२५	२३.७०	३२.१९	३५.५१	३७.००	३७.८३	३२१
४२	११.३७	१७.५७	२५.५५	३५.०८	३८.२८	४०.०८	४०.७५	३१८
४५	१२.१३	१८.६९	२७.४१	३८.१८	४१.०५	४२.१७	४३.०६	३१५
४८	१२.८७	१९.९१	२९.२८	४०.७९	४३.८५	४५.८६	४६.६१	३१२
५१	१३.६०	२१.१२	३१.१५	४३.०१	४६.३३	४८.७६	४९.७५	३०९
५४	१४.३३	२२.३२	३३.०३	४५.०५	४९.५३	५१.६६	५२.८९	३०६
५७	१५.०१	२३.५५	३४.९३	४८.७०	५२.२५	५४.५७	५५.६३	३०३
६०	१५.५१	२५.००	३६.८३	५१.३६	५५.०७	५७.५८	५८.३७	३००
६३	१६.२५	२६.८८	३८.७५	५४.०५	५७.९०	६०.५२	६१.३२	२९७
६६	१६.९९	२७.०५	४०.६७	५६.७५	६०.७५	६३.३३	६४.२८	२९४
६९	१७.६१	२८.२०	४२.६२	५९.५७	६३.६१	६६.२७	६७.३५	२९१
७२	१८.२०	२९.३५	४४.५७	६२.२९	६६.५८	६९.२१	७०.२०	२८८
७५	१८.७७	३०.५८	४६.५५	६५.१७	६९.३७	७२.१६	७३.१७	२८५
७८	१९.३१	३१.५९	४८.५५	६७.७५	७२.२७	७५.११	७६.१५	२८२
८१	१९.८२	३२.५९	५०.५५	७०.७६	७५.१८	७८.०७	७९.१३	२७९
८४	२०.२०	३३.७७	५२.५८	७३.३८	७८.११	८०.०५	८१.११	२७६
८७	२०.७५	३४.८५	५४.६५	७६.०५	८१.०६	८४.०५	८५.१०	२७३
९०	२१.१६	३५.८८	५६.७२	७९.१२	८४.०१	८७.०२	८८.०९	२७०
+								-
Arg.	Mer.	Ven	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nept.	Arg

Table 13. Arg. = 0 = (Planet-Sun); elongations of Planets.

कोष्ठक १३.

ग्रहांचीं इनांतरें.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+ उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	बृहण.	ईंद्र.	- उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	२१.१६	३५.८८	५६.७२	७९.१२	८५.०१	८७.०२	८८.०९	२७०
१३	२१.५३	३६.१०	५८.०३	८२.०३	८६.९९	९०.०२	९१.०९	२६७
१६	२१.८६	३७.८९	६०.९८	८५.९६	८९.९८	९३.०२	९५.१०	२६५
१९	२२.१५	३८.८५	६३.१५	८७.९२	९२.९९	९६.०३	९७.११	२६१
२२	२२.३८	३९.७९	६५.३७	९०.९८	९६.०२	९९.०५	१००.१२	२५८
२५	२२.५६	४०.६८	६७.६३	९३.९५	९९.०६	१०२.०७	१०३.१४	२५५
२८	२२.६९	४१.५५	६९.९५	९७.००	१०२.१२	१०५.११	१०६.१७	२५२
३१	२२.७६	४२.३५	७२.३०	१००.०९	१०५.१९	१०८.१६	१०९.२०	२४९
३४	२२.७७	४३.११	७५.७२	१०३.२१	१०८.२९	१११.२१	११२.२३	२४६
३७	२२.७१	४३.८२	७७.२१	१०६.३७	१११.५०	११७.२७	११८.२७	२४३
४०	२२.५७	४५.५६	७९.७७	१०९.५५	११५.५३	११७.३५	११८.३२	२४०
४३	२२.३६	४५.०३	८२.५२	११२.७९	११७.६७	१२०.५३	१२१.३७	२३७
४६	२२.०७	४५.५१	८५.१६	११६.०६	१२०.८३	१२३.५१	१२४.५३	२३५
४९	२१.६९	४५.९०	८८.०१	११९.३५	१२४.०१	१२६.६१	१२७.५९	२३१
५२	२१.२२	४६.१७	९०.९९	१२२.६९	१२७.२१	१२९.७०	१३०.५५	२२८
५५	००.६५	४६.३१	९५.११	१२६.०६	१३०.५२	१३२.८१	१३३.६२	२२५
५८	१९.९८	४६.३०	९७.३९	१२९.५७	१३३.६५	१३५.९२	१३६.६९	२२२
६१	१९.२१	४६.११	१००.८८	१३२.९१	१३६.८९	१३९.०५	१३९.७७	२१९
६४	१८.३३	४५.७१	१०५.५६	१३६.३८	१४०.१५	१४२.१७	१४२.८५	२१६
६७	१७.३५	४५.०५	१०८.५१	१३९.८९	१४३.५२	१४५.३१	१४५.९३	२१३
७०	१६.२३	४५.०७	११२.७५	१४३.५२	१४६.७०	१४८.५५	१४९.०२	२१०
७३	१५.०२	४२.७३	११७.३५	१४६.९९	१५०.००	१५.०८	१५१.११	२०७
७६	१३.६९	४०.९५	१२२.३१	१५०.५८	१५३.३०	१५५.७२	१५५.२०	२०५
७९	१२.२६	३८.६०	१२७.७३	१५५.२०	१५६.६१	१५७.८८	१५८.३०	२०१
८२	१०.७२	३५.६१	१३३.६५	१५७.८५	१५९.९५	१६१.०३	१६१.३९	१९८
८५	९.०९	३१.८५	१४०.११	१६१.५०	१६३.२७	१६५.१८	१६५.५९	१९५
८८	७.३८	२७.२१	१४७.१५	१६५.१८	१६६.६१	१६७.३५	१६७.५९	१९२
९१	५.६०	२१.६१	१५५.७३	१६८.८७	१६९.९५	१७०.५०	१७०.६९	१८९
९४	३.७६	१५.०८	१६२.८३	१७२.५८	१७३.३०	१७३.६७	१७३.७९	१८६
९७	१.८९	७.७६	१७१.३१	१७६.२९	१७६.६५	१७६.८३	१७६.८९	१८३
१००	०.००	०.००	१८०.००	१८०.००	१८०.००	१८०.००	१८०.००	१८०
+								-
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 13. Arg. = 0; The Elongations of the Planets.

कोष्टक १४.
 ग्रहांचे शीघ्रकर्ण.
 उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शेंद्र.	उप.
अं.								अं.
०	१-३८७	१-७२३	२-५२४	६-२०३	१०-५३९	२०-१८३	३१-०५४	३६०
३	१-३८७	१-७२३	२-५२३	६-२०२	१०-५३७	२०-१८२	३१-०५२	३५७
६	१-३८६	१-७२१	२-५२०	६-१९८	१०-५३४	२०-१७८	३१-०५१	३५४
९	१-३८५	१-७१८	२-५१६	६-१९२	१०-५२८	२०-१७२	३१-०५०	३५१
१२	१-३८१	१-७१४	२-५१०	६-१८५	१०-५१९	२०-१६२	३१-०३३	३४८
१५	१-३७८	१-७०९	२-५०३	६-१७५	१०-५०८	२०-१५१	३१-०२०	३४५
१८	१-३७३	१-७०३	२-४९४	६-१६२	१०-४९५	२०-१४१	३१-००७	३४२
२१	१-३६८	१-६९५	२-४८३	६-१४७	१०-४७९	२०-१२१	३०-९८९	३३९
२४	१-३६३	१-६८७	२-४७१	६-१३०	१०-४६०	२०-१०१	३०-९७१	३३६
२७	१-३५६	१-६७७	२-४५७	६-१११	१०-४३९	२०-०८०	३०-९५८	३३३
३०	१-३५१	१-६६६	२-४५१	६-०८९	१०-४१७	२०-०५६	३०-९२५	३३०
३३	१-३४१	१-६५४	२-४२४	६-०६६	१०-३९२	२०-०३०	३०-८९८	३२७
३६	१-३३३	१-६४१	२-४०६	६-०४१	१०-३६५	२०-००१	३०-८७०	३२४
३९	१-३२३	१-६२७	२-३८५	६-०१३	१०-३३५	१९-९७०	३०-८३८	३२१
४२	१-३१३	१-६१२	२-३६३	५-९८५	१०-३०५	१९-९३८	३०-८०५	३१८
४५	१-३०३	१-५९६	२-३४०	५-९५२	१०-२७०	१९-९०३	३०-७६९	३१५
४८	१-२९१	१-५७८	२-३१५	५-९१९	१०-२३५	१९-८६६	३०-७३३	३१२
५१	१-२७९	१-५६०	२-२८९	५-८८५	१०-१९८	१९-८२७	३०-६९३	३०९
५४	१-२६७	१-५४१	२-२६१	५-८५७	१०-१५९	१९-७८८	३०-६५३	३०६
५७	१-२५५	१-५२०	२-२३२	५-८२८	१०-११८	१९-७४५	३०-६१०	३०३
६०	१-२४०	१-४९९	२-२०१	५-७९८	१०-०७६	१९-७०३	३०-५६७	३००
६३	१-२२५	१-४७६	२-१६९	५-७२७	१०-०३२	१९-६५९	३०-५२१	२९७
६६	१-२१०	१-४५३	२-१३६	५-६५३	९-९८७	१९-६१३	३०-४७५	२९४
६९	१-१९५	१-४२९	२-१०१	५-६३९	९-९४१	१९-५६७	३०-४२७	२९१
७२	१-१७९	१-४०५	२-०६५	५-५९३	९-८९५	१९-५१७	३०-३७९	२८८
७५	१-१६२	१-३७७	२-०२७	५-५४६	९-८४५	१९-४६८	३०-३२९	२८५
७८	१-१४५	१-३५१	१-९८९	५-४९८	९-७९६	१९-४१६	३०-२७९	२८२
८१	१-१२७	१-३२३	१-९४९	५-४४९	९-७४५	१९-३६५	३०-२२७	२७९
८४	१-१०९	१-२९४	१-९०८	५-४००	९-६९४	१९-३१२	३०-१७५	२७६
८७	१-०९१	१-२६५	१-८६६	५-३४९	९-६४३	१९-२६०	३०-१२३	२७३
९०	१-०७२	१-२३३	१-८२२	५-२९८	९-५९१	१९-२०९	३०-०७१	२७०
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 14. Arg. = 0; Distances from the Earth.

कोष्टक १४.

ग्रहांचे शीघ्रकर्ण.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	ईंद्र.	उप.
अं.								अं.
१०	१.०७२	१.२३५	१.८२२	५.२९८	१.५९१	१९.२०९	३०.०७१	२७०
१३	१.०५३	१.२०३	१.७८८	५.२५६	१.५३९	१९.१५२	३०.०१९	२६७
१६	१.०३५	१.१७१	१.७३३	५.१९५	१.४८७	१९.१०५	२९.९६६	२६५
१९	१.०१५	१.१३९	१.६८७	५.१५२	१.४३५	१९.०५३	२९.८१५	२६१
१०२	०.९९५	१.१०६	१.६३९	५.०९०	१.३८२	१९.००१	२९.७६२	२५८
१०५	०.९७५	१.०७२	१.५९१	५.०३७	१.३३०	१८.९५०	२९.७०९	२५५
१०८	०.९५५	१.०३७	१.५४३	५.०९५	१.२७९	१८.८९८	२९.६६०	२५२
१११	०.९३५	१.००२	१.४९३	५.०३५	१.२२८	१८.८५९	२९.६१०	२४९
११४	०.९१५	०.९६७	१.४४३	५.०८२	१.१७८	१८.८१९	२९.६६१	२४६
११७	०.८९५	०.९३१	१.३९२	५.०३२	१.१२८	१८.७७९	२९.६१५	२४३
१२०	०.८७५	०.८९५	१.३४१	५.०८२	१.०८०	१८.७३३	२९.५६७	२४०
१२३	०.८५५	०.८५७	१.२८९	५.०३३	१.०३३	१८.६५८	२९.५२२	२३७
१२६	०.८३५	०.८२०	१.२३७	५.०८५	०.९८७	१८.६१३	२९.४७८	२३५
१२९	०.८१५	०.७८३	१.१८५	५.०३९	०.९४३	१८.५७१	२९.४३६	२३१
१३२	०.७९५	०.७५७	१.१३२	५.०९५	०.९०१	१८.५२९	२९.३९५	२२८
१३५	०.७७५	०.७२०	१.०८०	५.०५१	०.८६०	१८.४८९	२९.३५७	२२५
१३८	०.७५५	०.६८९	१.०२८	५.०१०	०.८२१	१८.४५२	२९.३१९	२२२
१४१	०.७३५	०.६३२	०.९७६	५.०७०	०.७८५	१८.४१८	२९.२८५	२१९
१४४	०.७१५	०.५९५	०.९२५	५.०३३	०.७५०	१८.३८५	२९.२५१	२१६
१४७	०.६९५	०.५५७	०.८७५	५.०९८	०.७१७	१८.३५५	२९.२१२	२१३
१५०	०.६७५	०.५२०	०.८२६	५.०६५	०.६८७	१८.३२५	२९.१७२	२१०
१५३	०.६५५	०.४८५	०.७७९	५.०३६	०.६६०	१८.२९९	२९.१३७	२०७
१५६	०.६३५	०.४५९	०.७३३	५.००८	०.६३५	१८.२७५	२९.१०३	२०५
१५९	०.६१५	०.४३५	०.६९०	५.०८५	०.६१३	१८.२५५	२९.०७५	२०१
१६२	०.६०५	०.४१५	०.६५१	५.०६३	०.५९३	१८.२३५	२९.०४५	१९८
१६५	०.५८५	०.३९५	०.६१५	५.०३५	०.५७६	१८.२१५	२९.०१५	१९५
१६८	०.५६५	०.३७५	०.५८५	५.०१०	०.५६३	१८.१९६	२९.००७	१९२
१७१	०.५४५	०.३५७	०.५५८	५.०१८	०.५५२	१८.१७८	२९.००६	१८९
१७४	०.५२५	०.३३९	०.५३९	५.०१०	०.५४५	१८.१६९	२९.००६	१८६
१७७	०.५०५	०.३२०	०.५२८	५.००५	०.५४०	१८.१६६	२९.००५	१८३
१८०	०.४८५	०.३०७	०.५२५	५.००३	०.५३९	१८.१६३	२९.००५	१८०
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 14. Argument = C; Distances from the Earth.

कोष्टक १५.
 ग्रहांचीं भूमध्यगतिफलें.
 उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	उप.	बुध.	शुक्र.	मंगल.	गुरु.	शनि.	वरुण.	ईंद्र.
भं.	अं.	कला	कला	कला	कला	कला	कला	कला
०	३६०	+ ५२.२	+ १५.५	- १६.७	- ४५.५	- ५१.८	- ५५.५	- ५६.९
३	३५७	५२.१	१५.५	१६.७	४५.५	५१.८	५५.५	५६.९
६	३५४	५१.९	१५.५	१६.७	४५.५	५१.८	५५.५	५६.९
९	३५१	५१.६	१५.४	१६.७	४५.६	५१.८	५५.६	५६.९
१२	३४८	५१.६	१५.४	१६.८	४५.६	५१.९	५५.६	५६.९
१५	३४५	५१.४	१५.४	१६.८	४५.६	५१.९	५५.७	५६.९
१८	३४२	५०.९	१५.४	१६.८	४५.७	५२.०	५५.७	५७.०
२१	३३९	५०.६	१५.३	१६.९	४५.८	५२.१	५५.८	५७.०
२४	३३६	५०.३	१५.३	१६.९	४५.८	५२.१	५५.८	५७.०
२७	३३३	४९.९	१५.३	१६.९	४५.९	५२.२	५५.९	५७.०
३०	३३०	+ ४९.६	+ १५.३	- १७.०	- ४६.०	- ५२.४	- ५५.९	- ५७.१
३३	३२७	४९.१	१५.२	१७.०	४६.२	५२.५	५६.०	५७.१
३६	३२४	४८.५	१५.२	१७.१	४६.४	५२.६	५६.०	५७.२
३९	३२१	४७.८	१५.१	१७.१	४६.६	५२.७	५६.१	५७.२
४२	३१८	४७.२	१५.०	१७.२	४६.८	५२.८	५६.२	५७.३
४५	३१५	४६.५	१४.९	१७.३	४६.९	५२.९	५६.३	५७.३
४८	३१२	४५.७	१४.९	१७.३	४७.१	५३.१	५६.४	५७.४
५१	३०९	४४.७	१४.८	१७.४	४७.४	५३.३	५६.५	५७.५
५४	३०६	४३.५	१४.७	१७.४	४७.७	५३.५	५६.६	५७.६
५७	३०३	४२.२	१४.७	१७.५	४८.०	५३.७	५६.७	५७.६
६०	३००	+ ४१.०	+ १४.६	- १७.६	- ४८.२	- ५३.९	- ५६.९	- ५७.७
६३	२९७	३९.८	१४.४	१७.७	४८.६	५४.१	५७.०	५७.८
६६	२९४	३८.५	१४.३	१७.८	४८.९	५४.३	५७.२	५७.९
६९	२९१	३७.०	१४.२	१८.०	४९.३	५४.५	५७.३	५८.०
७२	२८८	३५.४	१४.१	१८.१	४९.६	५४.७	५७.४	५८.१
७५	२८५	३३.५	१३.८	१८.३	५०.०	५५.०	५७.५	५८.२
७८	२८२	३१.७	१३.७	१८.५	५०.४	५५.३	५७.६	५८.३
८१	२७९	२९.८	१३.४	१८.६	५०.७	५५.६	५७.८	५८.४
८४	२७६	२८.०	१३.२	१८.९	५१.३	५५.८	५७.९	५८.५
८७	२७३	२५.५	१२.९	१९.१	५१.८	५६.२	५८.१	५८.६
९०	२७०	+ २३.०	+ १२.७	- १९.४	- ५२.४	- ५६.५	- ५८.२	- ५८.७
Arg.	Arg.	Mer.	Ven.	Mars.	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 15. Arg. = C; Inequalities of the Geocentric Motions.

कोष्टक १५.
ग्रहांची भूमध्यगतिफलें.
 उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

वृष.	उप.	बुध.	शुक्र	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	शुंद्र.
अं.	अं.	क.	क.	क.	क.	क.	क.	क.
१०	२७०	+ २३.०	+ १२.७	- १९.४	- ५२.४	- ५६.५	- ५८.२	- ५८.७
१३	२६७	२०.५	१२.४	१९.७	५२.७	५६.८	५८.३	५८.८
१६	२६४	१७.५	१२.१	१९.९	५३.२	५७.१	५८.५	५८.९
१९	२६१	१४.२	११.७	२०.२	५३.८	५७.५	५८.७	५९.०
१०२	२५८	११.२	११.३	२०.७	५४.३	५७.७	५८.९	५९.१
१०५	२५५	७.९	१०.८	२१.१	५४.९	५८.०	५९.०	५९.२
१०८	२५२	४.३	१०.२	२१.५	५५.४	५८.३	५९.२	५९.३
१११	२४९	+ ०.५	९.७	२२.०	५६.०	५८.७	५९.४	५९.५
११४	२४६	- ३.७	०.०	२२.६	५६.७	५९.१	५९.६	५९.५
११७	२४३	- ८.१	- ०.३	२३.२	५७.४	५९.४	५९.७	५९.६
१२०	२४०	- १३.०	+ ७.४	- २४.०	- ५८.०	- ५९.६	- ५९.९	- ५९.८
१२३	२३७	१८.०	६.४	२४.८	५८.५	६०.०	६०.०	५९.९
१२६	२३४	२३.५	५.३	२५.७	५९.०	६०.४	६०.२	६०.०
१२९	२३१	२९.२	४.१	२६.८	५९.८	६०.७	६०.३	६०.१
१३२	२२८	३५.४	२.६	२८.१	६०.५	६०.९	६०.४	६०.१
१३५	२२५	४२.६	+ ०.९	२९.५	६१.२	६१.३	६०.५	६०.२
१३८	२२२	४८.२	- १.२	३१.२	६१.८	६१.५	६०.६	६०.३
१४१	२१९	५४.९	३.७	३३.१	६२.५	६१.८	६०.९	६०.३
१४४	२१६	६१.५	६.५	३५.२	६३.०	६२.१	६१.०	६०.४
१४७	२१३	६८.३	१०.१	३७.७	६३.५	६२.४	६१.१	६०.४
१५०	२१०	- ७५.८	- १४.२	४०.७	- ६४.१	- ६२.७	- ६१.२	- ६०.५
१५३	२०७	- ८२.६	१९.४	४४.१	६४.६	६२.९	६१.३	६०.५
१५६	२०४	- ८९.५	२५.४	४८.०	६५.२	६३.०	६१.४	६०.६
१५९	२०१	- ९५.७	३२.८	५३.२	६५.५	६३.२	६१.४	६०.६
१६२	१९८	- १०१.३	४१.६	५७.१	६५.९	६३.३	६१.५	६०.६
१६५	१९५	- १०६.३	५१.८	६२.२	६६.३	६३.४	६१.५	६०.७
१६८	१९२	- ११०.६	६३.२	६७.६	६६.६	६३.६	६१.५	६०.७
१७१	१८९	- ११३.७	७४.९	७२.३	६६.८	६३.७	६१.६	६०.७
१७४	१८६	- ११६.२	८५.३	७६.५	६७.०	६३.८	६१.६	६०.७
१७७	१८३	- ११७.४	९३.०	७९.३	६७.०	६३.८	६१.६	६०.८
१८०	१८०	- ११७.४	- ९५.७	- ८०.२	- ६७.०	- ६३.८	- ६१.६	- ६०.८
Arg.	A g.	r.	Ven.	Mars.	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 15. Arg. = 0; Inequalities of the Geocentric Motions.

उपकोष्ठक १५.

बुधगतिस्पष्टीकरण.

उपकरण=बुधाचें मंदकेंद्र.

मंद- केंद्र.	गतिफल गुणक.	वर्तुलांश गुणक.	मंद- केंद्र.	गति. गुणक.	वर्तुलांश गुणक.	मंद- केंद्र.	गतिफल गुणक.	वर्तुलांश गुणक.
०	१.३४	+०.००००	१२०	.८४	+०.००३८	२४०	.८७	-०.००४१
१२	१.३४	.००१९	१३५	.८१	.००३०	२५२	.९१	.००४७
२४	१.३०	.००३७	१४४	.८०	.००२३	२६४	.९६	.००५१
३६	१.२४	.००४७	१५६	.७८	.००१४	२७६	१.०१	.००५४
४८	१.१७	.००५५	१६८	.७८	+०.०००६	२८८	१.०७	.००५६
६०	१.१०	.००६०	१८०	.७८	-०.०००३	३००	१.१४	.००५५
७२	१.०३	.००५९	१९२	.७८	.००११	३१२	१.२०	.००५१
८४	.९७	.००५६	२०४	.८०	.००२०	३२४	१.२७	.००४३
९६	.९२	.००५२	२१६	.८१	.००२७	३३६	१.३२	.००३१
१०८	.८७	.००४६	२२८	.८४	.००३३	३४८	१.३४	.००१५
१२०	.८४	+०.००३८	२४०	.८७	-०.००४१	३६०	१.३४	-०.००००
Arg.	Coef.	Coef.	Arg.	Coef.	Coef.	Arg.	Coef.	Coef.

Sub-Table 15. Arg.=Mean Anomaly of Mercury. Correction to Geocentric Motion of Mercury.

उपकोष्ठक १६.

शुक्र आणि मंगळ यांची चकाकी.

उपकरण=शीघ्रकेंद्र.

उपकरण.		शुक्र.	भौम.	उपकरण.		शुक्र.	भौम.	उपकरण.		शुक्र.	भौम.
०	०	च.	च.	०	०	च.	च.	०	०	च.	च.
०	३६०	२३	४	६०	३००	२८	५	१२०	२४०	५२	१३
१२	३४८	२४	४	७२	२८८	३०	६	१३२	२२८	६७	१७
२४	३३६	२४	४	८४	२७६	३४	६	१४४	२१६	८७	२८
३६	३२४	२५	५	९६	२६४	३९	९	१५६	२०४	१००	४६
४८	३१२	२६	५	१०८	२५२	४५	१०	१६८	१९२	६३	७८
६०	३००	२८	५	१२०	२४०	५२	१३	१८०	१८०	०	१००
Arg.	Arg.	Ven	Mar.	Arg.	Arg.	Ven	Mar.	Arg.	Arg.	Ven	Mar.

Sub-Table 16. Arg.-C; Brilliancy of Venus and Mars.

कोष्टक १६.

ग्रहांचीं बिंबें आणि शुक्र व मंगळ यांच्या कला.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उपकरण १ ल्या सदरांत असेल तर १ ल्या सदरांतील बिंबसाम्य घ्यावें
२ न्यांत असतांना २ न्या सदरांतील घ्यावें.

शीघ्रकेंद्र.		ग्रहांचीं बिंबें (Discs).								चंद्र बिंबसाम्य		चंद्र बिंबसाम्य	
उप.	उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	ईंद्र.	शुक्र.	शुक्र.	मंगळ.	मंगळ.	
अं.	अं.	वि.	वि.	वि.	वि.	वि.	वि.	वि.	तिथि	तिथि	तिथि	तिथि	
०	३६०	५	१०	४	३२	१६	४	३	१५	१५	१५	१५	
१२	३४८	५	१०	४	३२	१६	४	३	१४	१६	१४	१५	
२४	३३६	५	१०	४	३२	१६	४	३	१४	१६	१४	१६	
३६	३२४	५	१०	४	३२	१६	४	३	१३	१७	१४	१६	
४८	३१२	५	१०	५	३३	१६	४	३	१३	१७	१४	१७	
६०	३००	५	११	५	३४	१६	४	३	१२	१८	१३	१७	
७२	२८८	६	१२	५	३५	१७	४	३	११	१९	१३	१७	
८४	२७६	६	१३	६	३६	१७	४	३	११	१९	१२	१८	
९६	२६४	६	१४	६	३८	१८	४	३	१०	२०	१२	१८	
१०८	२५२	७	१६	७	३९	१८	४	३	९	२०	१२	१८	
१२०	२४०	८	१८	८	४१	१८	४	३	९	२१	१२	१८	
१३२	२२८	८	२२	१०	४३	१९	४	३	८	२२	१२	१८	
१४४	२१६	९	२८	१२	४४	१९	४	३	७	२३	१२	१८	
१५६	२०४	१०	३७	१५	४६	१९	४	३	५	२५	१२	१८	
१६८	१९२	११	५०	१९	४६	१९	४	३	५	२७	१३	१८	
१८०	१८०	११	६०	२१	४७	१९	४	३	३०	३०	१५	१५	

Table 16. Arg.=0; Discs of Planets and Phases of Ven. and Mars.

अवांतर माहिती.

ग्रह ...	बु.	शु.	मं.	गु.	श.	व.	ईं.
संभकाली इनांतरांश १९		२९	१३७	११६	१०८	१०३	१००
वक्रत्वाचे दिवस	२२	५२	६०	१२०	१३५	१५०	१५६
वक्रत्वाचे चापांश	८	१८	२०	९	६	४	३

कोष्टक १७.
चंद्रगणिताचीं मध्यममानें.
 उपकरण = चक्रें व अहर्गण.

Epoch क्षेपक :— उज्जयिनी, मध्यमसूर्योदय, शके १८०० चैत्रशुक्ल १ दा बुधवार.						
शा. श.	उप. १ लें	उप. २ रें	उप. ३ रें	उप. ४ थें	चंद्र	च. शु. राहु.
वर्ष	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८००	१०.४०	६.१९	१६४.४८	२०५.५६	३४६.२९७	६२.३७५
चक्रगति. (Motion for Cycles.)						
उप.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१	०.६	३.८०	५६.५५	३११.०४	३.९२७	७.७६९
२	०.१३	७.६०	११३.११	२६२.०९	७.८५३	१५.५३८
३	०.२०	११.४०	१६९.६६	२१३.१३	११.७८०	२३.३०७
४	०.२७	१५.२०	२२६.२१	१६४.१८	१५.७०६	३१.०७७
५	०.३३	१८.९९	२८२.७७	११५.२२	१९.६३३	३८.८४६
६	०.४०	२२.७९	३३९.३२	६६.२७	२३.५६०	४६.६१५
७	०.४७	२६.५९	३५.८८	१७.३१	२७.४८६	५४.३८४
८	०.५३	३०.३९	९२.४३	३२८.३५	३१.४१३	६२.१५३
९	०.६०	३४.१९	१४८.९८	२७९.४०	३५.३३९	६९.९२३
१०	०.६७	३७.९९	२०५.५४	२३०.४४	३९.२६६	७७.६९२
२०	१.३४	७५.९८	५१.०७	१००.८८	७८.५३२	१५५.३८३
३०	२.०१	११३.९६	२५६.६१	३३१.३३	११७.७९८	२३३.०७४
४०	२.६८	१५१.९५	१०२.१५	२०१.७७	१५७.०६४	३१०.७६७
५०	३.३४	१८९.९४	३०७.६८	७२.२१	१९६.३३०	२८.४५८
Arg.						
अहर्गणगति. (Motion for Days.)						
उप.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१	०.९९	१२.१९	११.३२	१३.०६	१३.१७६	०.०५३
२	१.९७	२४.३८	२२.६३	२६.१३	२६.३५३	१.०६
३	२.९६	३६.५७	३३.९५	३९.१९	३९.५२९	२.१९
४	३.९४	४८.७६	४५.२७	५२.२६	५२.७०५	३.२२
५	४.९३	६०.९५	५६.५८	६५.३२	६५.८८२	४.२५
६	५.९१	७३.१४	६७.९०	७८.३९	७८.०५८	५.२८
७	६.९०	८५.३३	७९.२२	९१.४५	९२.२३४	६.३१
८	७.८८	९७.५३	९०.५३	१०४.५२	१०५.४११	७.३४
९	८.८७	१०९.७२	१०१.८५	११७.५८	११८.५८७	८.३७
Arg.	Arg. 1	Arg. 2	Arg. 3	Arg. 4	Moon	S. Node

Table 17. Epochs and Motions of Arguments, Moon and Supplement of Node.

कोष्क १७.

मध्यमगति.

उपकरण = अहर्गण.

उपक.	१ लै उप.	२ रै उप.	३ रै उग.	४ थै उप.	चंद्र	च. झ. राह.
दिवस.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	१०.६६	१२१.११	११३.१६	१३०.६५	१३१.७६५	०.५३०
२०	११.७१	२५३.८१	२२६.३३	२६१.३०	२६३.५२७	१.०६०
३०	२१.५७	५.७२	३३९.५९	३१.९५	३५.२९१	१.५९०
४०	३१.५२	१२७.६३	९२.६६	१६२.६०	१६७.०५५	२.१२०
५०	४१.२८	२५१.५५	२०५.८२	२९३.२५	२९८.८१८	२.६५०
६०	५१.१५	११.५५	३१८.९९	६३.९०	७०.५८२	३.१८०
७०	६०.९९	१३३.३५	७२.१५	११५.५५	१२२.३५५	३.७१०
८०	७०.८५	२५५.२६	१८५.३२	३२५.२०	३३५.१०९	४.२४०
९०	८०.७०	१७.१७	२९८.५८	९५.८५	१०५.८७२	४.७७०
१००	९०.५६	१३९.०७	५१.६५	२२६.५०	२३७.६३६	५.३००
२००	११७.१२	२७८.१५	१०३.३०	९३.००	११५.२७२	१०.५९९
३००	२१५.६८	५७.२२	१५५.९५	३१९.५०	३५२.९०८	१५.८९९
४००	३५.२५	१९६.३०	२०६.६०	१८६.००	२३०.५५३	२१.१९७
५००	१३२.८०	३३५.३७	२५८.२५	५२.५०	१०८.१७९	२६.५९६
६००	२३१.३६	११५.५५	३०९.९०	२७८.९९	३५५.८१५	३१.७९५
७००	३२९.९३	२५३.५२	१.५५	१५५.५९	२२३.५५१	३७.०९५
८००	६८.५९	३२.६०	५३.२०	११.९९	१०१.०८७	४२.३९३
९००	१६७.०५	१७१.६७	१०५.८५	२३८.५९	२३८.७२२	४७.६९२
१०००	२६५.६१	३१०.७५	१५६.५०	१०५.९९	२३७.३५८	५२.९९१
२०००	१७१.२२	२६१.५०	३१३.०१	२०९.९८	७२.७१६	१०५.९८५
३०००	७६.८३	२१२.२५	१०९.५२	३१५.९७	२८९.०७५	१५८.९७७
४०००	३५२.५५	१६३.००	२६६.०२	५९.९७	१५५.५३३	२११.९७०
५०००	२५८.०५	११३.७५	६२.५३	१६५.९६	१.७९१	२६५.९६३
६०००	१५३.६५	६५.५९	२१९.०३	२६९.९५	२१८.१५०	३१७.९५६
१३	१२.८१	१५८.५८	१५७.११	१६९.८५	१७१.२९३	०.६८९
१४	१३.८०	१७०.६७	१५८.५२	१८२.९१	१८५.५६९	.७५२
१५	१५.७८	१८२.८६	१६९.७५	१९५.९७	१९७.६४५	.७९५
१६	१५.७७	१९५.०६	१८१.०६	२०९.०५	२१०.८२२	०.८५८
Arg.	Arg. 1	Arg. 2	Arg. 3	Arg. 4	Moon	Sup. of Node.

Table 17. Motions for days of Arguments, Moon and Supplement of Node.

कोष्टक १८.

निरनिराख्या उपकरणावरून येणारे चंद्राचे संस्कार आणि चंद्राचा शर.

उप.	मध्यम चंद्राम देण्याचे संस्कार.					चंद्रशर.	संस्कार
	गति	तिथि	च्युति	मंदफल	परिणति	निजशर	द्वियुग
	१ लें उप.	२ रे उप.	३ रे उप.	४ थे उप.	(चं + रा.) ५ वें उप.	(चंद्र + राहू) + ०.१५ अं.	दुसरे - ५ वें
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं. क.	क.
०	२५	८०	१३०	६५०	१५	+ ० ००	+ ००
६	२३	९२	१४३	७२१	१३	० ३२२	०.९
१२	२१	१०४	१५६	७९०	१०	१ ४०१	१.८
१८	१९	११४	१६९	८५७	०८	१ ३५३	२.७
२४	१७	१२३	१८१	९२२	०७	२ ५५५	३.६
३०	१६	१३०	१९३	९८४	०५	२ ३४३	४.४
३६	१५	१३५	२०४	१०४१	०४	३ १४४	५.२
४२	१४	१३७	२१४	१०९३	०३	३ २६५	५.९
४८	१३	१३७	२२३	११३९	०२	३ ४९३	६.५
५४	१०	१३४	२३२	११८०	०१	४ ९७	७.१
६०	०९	१२८	२३८	१२१३	०५	४ २७३	७.६
६६	०८	१२१	२४४	१२४०	०७	४ ४२०	८.१
७२	०७	१११	२४८	१२५९	०८	४ ५३६	८.४
७८	०७	१०१	२५२	१२७२	१०	५ २०	८.६
८४	०७	८९	२५४	१२७८	१३	५ ७०	८.८
९०	०६	७७	२५४	१२७७	१५	५ ८८	८.८
९६	०७	६४	२५३	१२६९	१७	५ ७१	८.८
१०२	०७	५३	२५१	१२५५	२०	५ २०	८.६
१०८	०७	४२	२४७	१२३५	२२	४ ५३६	८.४
११४	०८	३३	२४३	१२०८	२३	४ ४२०	८.१
१२०	०९	२६	२३६	११७६	२५	४ २७३	७.६
१२६	१०	२१	२३०	११३९	२६	४ ९७	७.१
१३२	११	१८	२२१	१०९७	२६	३ ४९३	६.५
१३८	१३	१९	२१२	१०५०	२६	३ २६५	५.९
१४४	१४	२१	२०२	१०००	२६	३ १४	५.२
१५०	१६	२७	१९१	९४६	२५	२ ३४३	४.४
१५६	१८	३४	१८०	८९०	२३	२ ५५	३.६
१६२	१९	४४	१६८	८३३	२२	१ ३५३	२.७
१६८	२१	५५	१५५	७७३	२०	१ ४१	१.८
१७४	२३	६७	१४३	७१२	१७	० ३२२	०.९
१८०	२५	८०	१३०	६५०	१५	+ ० ००	+ ००
	A	B	C	D	E	Latitude	F
Arg.	Arg. 1	Arg. 2	Arg. 3	Arg. 4	Arg. 5 (M+N)	(Arg. 5 + ०.१५)	2Arg 2 -Arg 5

Table 18. The Lunar Inequalities and Latitude.

A = Annual Variation, B = Variation, C = Evection,
D = Equation of Centre, E = Reduction, F = Perturbation of
latitude. येथे रा. किंवा राहू म्हणजे सकृशुद्ध राहू असे समजावे.

कोष्टक १८.

निरनिराळ्या उपकरणांवरून येणारे चंद्राचे संस्कार आणि चंद्रशर.

उप.	मध्यम चंद्रास देण्याचे संस्कार.					चंद्रशर.		संस्कार
	गति १ लें उप.	तिथि २ रें उप.	च्युति ३ रें उप.	मंदफल ४ थें उप.	परिणति (चं. + रा.) ५ वें उप.	निजशर. (चं. + रा.) + .१५ अं.		द्वियुग दुसरें -५ वें
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	क.	क.
१८०	२५	८०	१.३०	६.५०	.१५	०	०.०	-०.०
१८६	२७	९३	१.१७	५.८८	.१३	०	३२.२	०.९
१९२	२९	१.०५	१.०५	५.२७	.१०	१	४.१	१.८
१९८	३१	१.१६	.९२	४.६७	.०८	२	३५.३	२.७
२०४	३२	१.२६	.८०	४.१०	.०७	२	५.५	३.६
२१०	३४	१.३३	.६९	३.५४	.०५	२	३४.३	४.५
२१६	३६	१.३९	.५८	३.००	.०४	३	१.४	५.२
२२२	३७	१.४१	.४८	२.५०	.०४	३	२६.५	५.९
२२८	३९	१.४२	.३९	२.०३	.०४	३	४९.३	६.५
२३४	४०	१.३९	.३०	१.६१	.०४	४	९.७	७.१
२४०	४१	१.३४	.२४	१.२४	.०५	४	२७.३	७.६
२४६	४२	१.२७	.१७	.९२	.०७	४	४२.०	८.१
२५२	४३	१.१८	.१३	.६५	.०८	४	५६.६	८.४
२५८	४३	१.०७	.०९	.४५	.१०	५	२.०	८.६
२६४	४३	.९६	.०७	.३१	.१३	५	७०.१	८.८
२७०	४४	.८३	.०६	.२३	.१५	५	८.८	८.८
२७६	४३	.७१	.०६	.१२	.१७	५	७०.१	८.८
२८२	४३	.५९	.०८	.०२	.२०	५	२.०	८.६
२८८	४३	.४९	.१२	.४१	.२२	४	५३.६	८.४
२९४	४२	.३९	.१६	.६०	.२३	४	४२.०	८.१
३००	४१	.३२	.२२	.८७	.२५	४	२७.३	७.६
३०६	४०	.२६	.२८	१.२०	.२६	४	९.७	७.१
३१२	३९	.२३	.३७	१.६१	.२६	३	४९.५	६.५
३१८	३८	.२३	.४६	२.०७	.२६	३	२६.५	५.९
३२४	३६	.२५	.५६	२.५९	.२६	३	१.४	५.२
३३०	३४	.३०	.६७	३.१६	.२५	२	३४.३	४.४
३३६	३३	.३७	.७९	३.७८	.२३	२	५.५	३.६
३४२	३३	.४६	.९१	४.४३	.२२	१	२५.१	२.७
३४८	३१	.५६	१.०४	५.१०	.२०	१	४.१	१.८
३५४	३०	.६८	१.१७	५.७९	.१७	०	३२.२	०.९
३६०	२९	.८०	१.३०	६.५०	.१५	०	०.०	-०.०
Arg.	A	B	C	D	E	Latitude.		F

Table 18. The Lunar Inequalities and Latitude.
See on the reverse.

उपकोष्टक १८.

स्पष्टचंद्रास देण्याचे लहान संस्कार.

हे सहा संस्कार मार्गे आणलेल्या स्पष्ट चंद्रांत मिळवावे आणि आलेल्या
वेरिजेंतून १३ कला वजा कराव्या. म्हणजे स्पष्टतर चंद्र येतो.

उप.	६ वा सं.	७ वा सं.	८ वा सं.	९ वा सं.	१० वा सं.	११ वा सं.
	द्विगुण २ रे - १ ले	३ रे-१ ले.	४ थे-१ ले.	४ थे+१ ले	द्विगुण ५ वे - ४ थे	द्विगुण ५ वे -द्विगुण २ रे
अं.	अं.	क.	क.	क.	क.	क.
०	३.०	३.५	२.०	१.५	१.५	१.५
१८	३.८	४.५	२.६	१.१	१.१	१.१
३६	४.५	५.४	३.१	०.९	०.८	०.८
५४	५.१	६.२	३.५	०.६	०.५	०.५
७२	५.५	६.७	३.८	०.४	०.३	०.३
९०	५.६	६.८	३.९	०.३	०.१	०.१
१०८	५.५	६.७	३.८	०.४	०.३	०.३
१२६	५.१	६.२	३.५	०.५	०.५	०.५
१४४	४.५	५.४	३.१	०.८	०.८	०.८
१६२	३.८	४.५	२.६	१.१	१.१	१.१
१८०	३.०	३.५	२.०	१.५	१.५	१.५
१९८	२.२	२.५	१.४	१.९	१.९	१.९
२१६	१.५	१.६	०.९	२.२	२.२	२.२
२३४	०.९	०.८	०.५	२.५	२.५	२.५
२५२	०.५	०.३	०.२	२.७	२.७	२.७
२७०	०.४	०.२	०.१	२.९	२.९	२.९
२८८	०.५	०.३	०.२	२.७	२.७	२.७
३०६	०.९	०.८	०.५	२.५	२.५	२.५
३२४	१.५	१.६	०.९	२.२	२.२	२.२
३४२	२.२	२.५	१.४	१.९	१.९	१.९
३६०	३.०	३.५	२.०	१.५	१.५	१.५
	6 th	7 th	8 th	9 th	10 th	11 th
Arg.	2(Arg.2) - Arg.1	Arg. 3 -Arg.1	Arg. 4. -Arg.1	Arg. 4 + Arg. 1	2(Arg.5) - Arg. 4	2(Arg.5) -2(Arg.2)

Sub-Table 18. Smaller Inequalities of the Moon.

Add these 6 Inequalities to the Longitude of the Moon previously obtained and deduct 13' from the sum,

कोष्ठक १९.

चंद्र व सूर्य यांचीं दिनस्पष्टगति विवे व क्षितिज लंबनें.-निरनिराळीं उपकरणीं

चंद्राची दिनस्पष्टगति. Moon's Daily Motion.				चंद्राच. Moon's			सूर्याची-च Sun's.			
उप.	२ रे उप	३ रे उप	४थे उप.	उप. चंद्र स्पष्ट- गति	विवे	लंबन	उपकरण राविमद केंद्र चंद्राचे १ ले.		दिन स्पष्ट- गति	विवे.
अं.	क.	क.	क.	क.	क.	क.	अं.	अं.	क.	क.
०	११४.४	११६.१	६८२.३	६८०	२९.०	५३.१				
१२	१११.९	११५.३	६७६.६	६९०	२९.२	५३.५	०	३६०	६१.१	३२.६
२४	१०७.०	११४.०	६६७.४	७००	२९.४	५३.९	१०	३५०	६१.१	३२.६
३६	१०१.१	१११.८	६५४.१	७१०	२९.६	५४.२	२०	३४०	६०.९	३२.५
४८	९५.०	१०९.३	६४८.२	७२०	२९.८	५४.२	३०	३३०	६०.९	३२.५
६०	८९.७	१०६.५	६४०.५	७३०	३०.०	५५.०	४०	३२०	६०.७	३२.४
७२	८६.३	१०३.२	६३०.०	७४०	३०.२	५५.४	५०	३१०	६०.४	३२.४
८४	८५.०	१००.०	६२५.०	७५०	३०.४	५५.७	६०	३००	६०.१	३२.३
९६	८६.४	९६.५	६२६.९	७६०	३०.६	५६.१				
१०८	९०.१	९३.३	६२९.४	७७०	३०.८	५६.५				
१२०	९५.६	९०.५	६३८.०	७८०	३१.०	५६.८				
१३२	१०२.०	८८.१	६४७.१	७९०	३१.२	५७.२	६०	२९०	५९.७	३१.२
१४४	१०८.०	८६.५	६५८.७	८००	३१.४	५७.६	१०	२८०	५९.४	३१.१
१५६	११२.६	८५.२	६७३.१	८१०	३१.६	५७.९	२०	२७०	५९.१	३१.०
१६८	११५.६	८४.५	६९०.४	८२०	३१.८	५८.३	३०	२६०	५८.८	३०.९
१८०	११९.२	८४.७	७००.४	८३०	३२.०	५८.७	४०	२५०	५८.४	३०.८
१९२	१२२.७	८५.२	७१३.२	८४०	३२.२	५९.०	५०	२४०	५८.१	३०.८
२०४	१२७.८	८६.३	७२९.२	८५०	३२.४	५९.४				
२१६	१३०.८	८८.४	७४७.६	८६०	३२.६	५९.८				
२२८	१३५.५	९०.८	७६९.२	८७०	३२.८	६०.२				
२४०	१४०.०	९३.७	७९२.७	८८०	३३.०	६०.५	१२०	२३०	५७.८	३१.७
२५२	१४६.२	९६.६	८१८.४	८९०	३३.२	६०.९	१४०	२२०	५७.६	३१.६
२६४	१५०.०	१००.०	८४५.६	९००	३३.४	६१.३	१६०	२१०	५७.४	३१.६
२७६	१६५.४	१०३.१	८७३.८	९१०	३३.६	६१.६	१८०	२००	५७.३	३१.५
२८८	१६९.६	१०६.२	९०२.१	९२०	३३.८	६२.०	२००	१९०	५७.२	३१.५
३००	१७५.०	१०९.२	९३२.७	९३०	३४.०	६२.४	२२०	१८०	५७.१	३१.५
३१२	१०९.२	१११.६	९५५.६	९४०	३४.२	६२.८				
३२४	१०७.२	११३.९	९६८.६	९५०	३४.४	६३.१				
३३६	१११.९	११५.३	९७७.६	९६०	३४.६	६३.५				
३४८	११४.३	११६.२	९८२.५	९७०	३४.८	६३.९				
३६०	११४.४	११६.१	९८२.३	९८०	३५.०	६४.३				
Arg.	Arg 2	Arg 3	Arg 4	Arg. D	Disc	P.	Arg. 1	Arg. 1	D	Disc.

Table 19. Daily Motions, Discs and Parallaxes of Moon and Sun.
D=Daily Motion; P=Parallax.

कोष्टक २०.

ग्रहशराचा भुजगुणक.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.	३० अं.	६० अं.	९० अं.	१२० अं.	१५० अं.	उप.
अं.	-	-	-	+	+	+	अं.
०	४३४	३७६	२१७	०००	२१७	०३७६	३०
३	४३३	३६४	१९७	०२३	२३६	३८७	२७
६	४३२	३५१	१७७	०५५	२५५	३९७	२४
९	४२९	३३७	१५६	०६८	२७३	४०५	२१
१२	४२४	३२३	१३४	०९०	२९१	४१३	१८
१५	४१९	३०७	११२	११२	३०७	४१९	१५
१८	४१३	२९१	०९०	१३४	३२३	४२४	१२
२१	४०५	२७३	०६८	१५६	३३६	४२९	९
२४	३९७	२५५	०४५	१७७	३५५	४३२	६
२७	३८७	२३६	०२३	१९७	३६४	४३३	३
३०	३७६	२१७	०००	२१७	३७६	४३४	०
	-	-	-	+	+	+	
Arg.	३३० अं.	३०० अं.	२७० अं.	२४० अं.	२१० अं.	१८० अं.	Arg.

Table 20. Arg = Tropical Longitude; Multiplier (m).

कोष्टक २१.

ग्रहशराचा कर्णगुणक.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.	३० अं.	६० अं.	९० अं.	१२० अं.	१५० अं.	उप.
अं.	+	+	+	+	+	+	+
०	१.०९०	१.०६८	१.०२३	१.०००	१.०२३	१.०६८	३०
३	१.०९०	१.०६४	१.०१९	१.०००	१.०२८	१.०७२	२७
६	१.०८९	१.०६०	१.०१५	१.००१	१.०३२	१.०७६	२४
९	१.०८८	१.०५५	१.०१२	१.००२	१.०३७	१.०७७	२१
१२	१.०८६	१.०५१	१.००९	१.००४	१.०४१	१.०८२	१८
१५	१.०८४	१.०४६	१.००६	१.००६	१.०४६	१.०८४	१५
१८	१.०८२	१.०४१	१.००४	१.००९	१.०५१	१.०८६	१२
२१	१.०७९	१.०३७	१.००२	१.०१२	१.०५५	१.०८८	९
२४	१.०७६	१.०३२	१.००१	१.०१५	१.०६०	१.०८९	६
२७	१.०७२	१.०२८	१.०००	१.०१९	१.०६४	१.०९०	३
३०	१.०६८	१.०२३	१.०००	१.०२३	१.०६८	१.०९०	०
	+	+	+	+	+	+	
Arg.	३३० अं.	३०० अं.	२७० अं.	२४० अं.	२१० अं.	१८० अं.	Arg.

Table 21. Arg. = Tropical Longitude; Multiplier (n).

कोष्टक २२.

ग्रहाचा विषुवकाल.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.		३० अं.		६० अं.		९० अं.		१२० अं.		१५० अं.		उप.
अं.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	अं.
०	०	०.०	४	३९.०	९	३८.२	१५	०.०	२०	२१.८	२५	२१.०	३०
३	०	२७.५	५	७.८	१०	९.५	१५	३२.८	२०	५३.०	२५	४९.५	२७
६	०	५५.०	५	३६.८	१०	४१.२	१६	५.३	२१	२४.८	२६	१७.८	२४
९	१	२२.७	६	६.२	११	१३.०	१६	३८.०	२१	५४.३	२६	४६.०	२१
१२	१	५०.३	६	३५.५	११	४५.०	१७	१०.५	२२	२४.७	२७	१४.०	१८
१५	२	१८.२	७	५.३	१२	१७.२	१७	४२.८	२२	५४.७	२७	४१.८	१५
१८	२	४६.०	७	३५.३	१२	४९.५	१८	१५.०	२३	२४.५	२८	९.७	१२
२१	३	१४.०	८	५.७	१३	२२.०	१८	४७.०	२३	५३.८	२८	३७.३	९
२४	३	४२.२	८	३६.२	१३	५४.७	१९	१८.८	२४	२३.२	२९	५.०	६
२७	४	१०.५	९	७.०	१४	२७.३	१९	५०.५	२४	५२.२	२९	३२.५	३
३०	४	३९.०	९	३८.२	१५	०.०	२०	३१.८	२५	२१.०	३०	०.०	०
Arg.	० अं.		३० अं.		६० अं.		९० अं.		१२० अं.		१५० अं.		Arg.

Table 22 Arg.=Trop. Long.; Right Ascension in Ghatish.

कोष्टक २२. (चाहू.)

उप.	१८० अं.		२१० अं.		२४० अं.		२७० अं.		३०० अं.		३३० अं.		उप.
अं.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	अं.
०	३०	०.०	३४	३९.०	३९	३८.२	४५	०.०	५०	२१.८	५५	२१.०	३०
३	३०	२७.५	३५	७.८	४०	९.५	४५	३२.७	५०	५३.०	५५	४९.५	२७
६	३०	५५.०	३५	३६.८	४०	४१.२	४६	५.३	५१	२४.८	५६	१७.८	२४
९	३०	२२.७	३६	६.२	४१	१३.०	४६	३८.०	५१	५४.३	५६	४६.०	२१
१२	३१	५०.३	३६	३५.५	४१	४५.०	४७	१०.५	५२	२४.७	५७	१४.०	१८
१५	३२	१८.२	३७	५.३	४२	१७.२	४७	४२.८	५२	५४.७	५७	४१.८	१५
१८	३२	४६.०	३७	३५.३	४२	४९.५	४८	१५.०	५३	२४.५	५८	९.७	१२
२१	३३	१४.०	३८	५.७	४३	२२.०	४८	४७.०	५३	५३.८	५८	३७.३	९
२४	३३	४२.२	३८	३६.३	४३	५४.७	४९	१८.८	५४	२३.२	५९	५.०	६
२७	३४	१०.५	३९	७.०	४४	२७.३	४९	५०.५	५४	५२.२	५९	३२.५	३
३०	३४	३९.०	३९	३८.२	४५	०.०	५०	३१.८	५५	२१.०	६०	०.०	०
Arg.	१८० अं.		२१० अं.		२४० अं.		२७० अं.		३०० अं.		३३० अं.		Arg.

Table 22. Continued and finished.

कोष्टक २३.
ग्रहांची कांति.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.		३० अं.		६० अं.		९० अं.		१२० अं.		१५० अं.		उप.
	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.
१	०	००	११	२८.८	२०	१.८	२३	२७.३	२०	१.८	११	२८.८	३०
२	०	२३.९	११	४९.८	२०	२२.३	२३	२७.९	१९	५.६	११	७.४	२९
३	०	४७.९	१२	१०.६	२०	३४.५	२३	२६.५	१९	४.७	१०	४५.९	२८
४	१	११.७	१२	३१.२	२०	४६.३	२३	२५.२	१९	३.०	१०	२४.३	२७
५	१	३५.५	१२	५१.७	२०	५७.७	२३	२३.६	१९	१.५	१०	२.६	२६
६	१	५९.३	१३	११.८	२१	८.७	२३	२१.६	१९	१.८	९	४१.०	२५
७	२	२३.९	१३	३१.८	२१	१९.३	२३	१९.९	१८	४७.२	९	१८.७	२४
८	२	४७.८	१३	५१.८	२१	२९.६	२३	१६.१	१८	३१.८	८	५६.६	२३
९	३	१०.६	१४	११.०	२१	३९.४	२३	१२.८	१८	१६.८	८	३४.४	२२
	३	३४.३	१४	३०.३	२१	४८.९	२३	९.०	१८	१.२	८	१२.०	२१
१०	३	५७.८	१४	४९.४	२१	५८.०	२३	४.७	१७	४५.२	७	४९.५	२०
११	४	२१.५	१५	८.२	२२	६.६	२२	५९.९	१७	२९.०	७	२६.७	१९
१२	४	४५.८	१५	२६.७	२२	१४.८	२२	५४.७	१७	१२.४	७	४.०	१८
१३	५	८.२	१५	४५.०	२२	२२.५	२२	४९.०	१६	५५.६	६	३०.९	१७
१४	५	३१.५	१६	३.१	२२	२९.८	२२	४३.०	१६	३८.५	६	१८.०	१६
१५	५	५५.८	१६	२१.०	२२	३६.६	२२	३६.६	१६	२१.०	५	५४.८	१५
१६	५	१०.०	१६	३५.८	२२	४३.०	२२	२९.८	१६	३.५	५	३१.५	१४
१७	६	४०.९	१६	५५.६	२२	४९.०	२२	२५.५	१५	४५.०	५	८.२	१३
१८	६	३.९	१७	१२.४	२२	५४.७	२२	१४.८	१५	२६.७	४	४४.८	१२
१९	६	२६.७	१७	२९.०	२२	५९.८	२२	६.६	१५	८.२	४	२१.४	११
२०	६	४९.५	१७	४५.२	२३	४.७	२१	५८.०	१४	४९.४	३	५७.८	१०
२१	७	१२.०	१८	१.२	२३	९.०	२१	४८.९	१४	३०.३	३	३४.२	९
२२	७	३५.४	१८	१६.८	२३	१२.८	२१	३९.४	१४	११.०	३	१०.६	८
२३	७	५९.६	१८	३१.८	२३	१६.१	२१	२९.६	१३	५१.५	२	४६.८	७
२४	९	१८.७	१८	४७.२	२३	१९.१	२१	१९.३	१३	३१.८	२	२३.१	६
२५	९	४२.०	१९	१.८	२३	२१.६	२१	८.७	१३	११.८	१	५९.३	५
२६	१०	२.६	१९	१५.२	२३	२३.६	२०	५७.७	१२	५१.७	१	३५.५	४
२७	१०	२४.३	१९	३०.०	२३	२५.२	२०	४६.३	१२	३१.२	१	११.७	३
२८	१०	४८.९	१९	४३.७	२३	२६.४	२०	३३.५	१२	१०.६	०	४०.९	२
२९	११	७.४	१९	५६.६	२३	२७.१	२०	२२.३	११	४९.८	०	२३.९	१
३०	११	२८.८	२०.	९.८	२३	२७.३	२०	१.८	११	२८.८	०	००.०	०

Table 23 Arg. = Tropical Longitude; Declination.

कोष्क २४.
त्रिभोनलग्न.

उपकरण = विषुवकाल आणि उत्तर अक्षांश

विषुव काल.	उत्तर अक्षांश. (North Latitude)						
	५	१०	१५	२०	२५	३०	३५
घटी.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०
२	२८३.५	२८४.१	२८५.७	२८५.५	२८६.८	२८७.३	२८८.६
४	२९६.८	२९७.९	२९९.१	३००.५	३०१.९	३०३.८	३०६.०
६	३०९.७	३११.२	३१२.८	३१५.५	३१६.६	३१८.९	३२१.७
८	३२२.१	३२३.८	३२५.७	३२७.७	३३०.१	३३२.७	३३५.७
१०	३३३.९	३३५.८	३३७.९	३४०.१	३४२.५	३४५.२	३४८.३
१२	३४५.३	३४७.५	३४९.५	३५१.७	३५५.१	३५६.८	३५९.७
१४	३५६.५	३५८.६	०.७	२.८	५.२	७.७	१०.१
१६	७.५	९.५	११.५	१३.६	१५.८	१८.१	२०.६
१८	१८.५	२०.५	२२.३	२४.३	२६.३	२८.५	३०.६
२०	२९.७	३१.५	३३.१	३४.९	३६.६	३८.५	४०.५
२२	४१.१	४२.६	४४.१	४५.६	४७.१	४८.६	५०.२
२४	५२.९	५४.१	५५.३	५६.५	५७.६	५८.८	६०.१
२६	६५.०	६५.९	६६.६	६७.५	६८.३	६९.१	७०.०
२८	७७.५	७७.५	७८.३	७८.७	७९.१	७९.५	८०.०
३०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०
३२	१०२.६	१०२.२	१०१.७	१०१.३	१००.९	१००.५	१००.०
३४	११५.०	११४.१	११३.५	११२.५	१११.७	१११.०	११०.०
३६	१२७.१	१२५.९	१२५.७	१२३.५	१२२.५	१२१.२	१२१.९
३८	१३८.९	१३७.५	१३५.९	१३५.५	१३२.९	१३१.५	१२९.८
४०	१५०.३	१४८.६	१४६.९	१४५.१	१४३.५	१४१.५	१३९.६
४२	१६१.५	१५९.६	१५७.७	१५५.७	१५३.७	१५१.६	१४९.५
४४	१७२.५	१७०.५	१६८.५	१६६.५	१६४.२	१६१.९	१५९.५
४६	१८३.५	१८१.५	१७९.३	१७७.७	१७५.८	१७३.३	१६९.६
४८	१९४.७	१९२.६	१९०.५	१८८.३	१८५.९	१८३.२	१८०.३
५०	२०६.१	२०४.२	२०२.१	१९९.९	१९७.५	१९५.८	१९१.७
५२	२१७.०	२१६.२	२१४.३	२१२.३	२०९.९	२०७.३	२०५.३
५४	२२८.३	२२८.८	२२७.०	२२५.५	२२३.५	२२१.१	२१८.३
५६	२३९.२	२३९.१	२३८.०	२३६.९	२३४.६	२३२.१	२३०.०
५८	२५०.५	२५०.९	२५०.३	२४९.५	२४७.२	२४५.७	२४३.५
६०	२६०.०	२६०.०	२६०.०	२६०.०	२६०.०	२६०.०	२६०.०

Table 24. Arguments = Siderial time in Ghatis (A). and Non Latitude of the place. — The Nonagesimal Points.

कोष्टक २५.

त्रिभोनलग्नाचे नतांश.

उपकरणे = विषुवकाल आणि उत्तर अक्षांश.

विषुव- काल	उत्तर अक्षांश. (North Latitude.)						
	५	१०	१५	२०	२५	३०	३५
घटी.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	- २८.५	- ३३.५	- ३८.५	- ४३.५	- ४८.५	- ५३.५	- ५८.५
२	२७.५	३२.९	३७.९	४२.८	४७.८	५२.७	५७.७
४	२६.२	३१.२	३६.१	४१.०	४५.८	५०.७	५५.५
६	२३.६	२९.५	३३.३	३८.०	४२.८	४७.५	५२.२
८	२०.२	२७.९	३१.७	३५.३	३९.०	४३.६	४८.१
१०	१६.२	२०.८	२५.५	३०.०	३४.६	३९.१	४३.६
१२	११.७	१६.३	२०.९	२५.५	२९.९	३४.५	३८.८
१४	७.०	११.८	१६.१	२०.८	२५.२	२९.६	३४.१
१६	- २.०	६.८	११.५	१५.९	२०.५	२५.०	२९.५
१८	+ २.५	- २.२	६.८	११.५	१६.०	२०.६	२५.२
२०	६.८	+ २.५	- २.६	७.३	११.०	१६.२	२१.३
२२	१०.७	५.९	+ १.१	३.६	८.५	१३.२	१७.९
२४	१३.९	९.१	५.३	०.६	५.५	१०.३	१५.२
२६	१६.५	११.२	६.५	+ १.५	३.६	८.३	१३.२
२८	१७.९	१३.०	८.३	३.०	२.०	७.०	११.९
३०	१८.५	१३.५	८.५	३.५	१.५	६.५	११.५
३२	१७.९	१३.०	८.३	३.०	२.०	७.०	११.९
३४	१६.५	११.२	६.५	+ १.५	३.६	८.३	१३.२
३६	१३.९	९.१	५.३	- ०.६	५.५	१०.३	१५.२
३८	१०.७	५.९	+ १.१	३.६	८.५	१३.२	१७.९
४०	६.८	+ २.५	- २.६	७.३	११.०	१६.२	२१.३
४२	+ २.५	- २.२	६.८	११.५	१६.०	२०.६	२५.२
४४	- २.२	६.८	११.५	१५.९	२०.५	२५.०	२९.५
४६	७.०	११.८	१६.१	२०.८	२५.२	२९.६	३४.१
४८	११.७	१६.३	२०.९	२५.५	२९.९	३४.५	३८.८
५०	१६.२	२०.८	२५.५	३०.०	३४.६	३९.१	४३.६
५२	२०.२	२५.५	२९.७	३५.३	३९.०	४३.६	४८.१
५४	२३.६	२९.५	३३.३	३८.०	४२.८	४७.५	५२.२
५६	२६.२	३१.२	३६.१	४१.०	४५.८	५०.७	५५.५
५८	२७.९	३२.९	३७.९	४२.८	४७.८	५२.७	५७.७
६०	- २८.५	- ३३.५	- ३८.५	- ४३.५	- ४८.५	- ५३.५	- ५८.५

(a)

Table 25. Arg. = Sidereal time in Ghatis (a) and Latitude of the place-The Zenith Distances of the Nonagesimal Points.

कोष्टक २६.

अस्फुट लंबन, नति आणि नतांशकोटिज्या.

अस्फुट लंबनाचें उपकरण= विश्लेषांश.

आणि नतीचें आणि नतांशकोटिज्येचें उपकरण= नतांश.

उप.	लंबन, नति.	कोटि- ज्या.	उप.	लंबन, नति.	कोटि- ज्या.	उप.	लंबन, नति.	कोटि- ज्या.
अं.	क.	Cosin.	अं.	क.	Cosin.	अं.	क.	Cosin.
०	०.०	१.००	३०	३०.०	.८६६	६०	५९.०	.५१०
१	१.०	१.००	३१	३०.१	.८६६	६१	५९.५	.५१८
२	२.०	१.००	३२	३०.२	.८६६	६२	५९.०	.५२६
३	३.०	१.००	३३	३०.३	.८६६	६३	५८.५	.५३४
४	४.०	१.००	३४	३०.४	.८६६	६४	५८.०	.५४२
५	५.०	१.००	३५	३०.५	.८६६	६५	५७.५	.५५०
६	६.०	.९९९	३६	३०.६	.८६६	६६	५७.०	.५५८
७	७.०	.९९९	३७	३०.७	.८६६	६७	५६.५	.५६६
८	८.०	.९९९	३८	३०.८	.८६६	६८	५६.०	.५७४
९	९.०	.९९९	३९	३०.९	.८६६	६९	५५.५	.५८२
१०	१०.०	.९९९	४०	३१.०	.८६६	७०	५५.०	.५९०
११	११.०	.९९९	४१	३१.१	.८६६	७१	५४.५	.५९८
१२	१२.०	.९९९	४२	३१.२	.८६६	७२	५४.०	.६०६
१३	१३.०	.९९९	४३	३१.३	.८६६	७३	५३.५	.६१४
१४	१४.०	.९९९	४४	३१.४	.८६६	७४	५३.०	.६२२
१५	१५.०	.९९९	४५	३१.५	.८६६	७५	५२.५	.६३०
१६	१६.०	.९९९	४६	३१.६	.८६६	७६	५२.०	.६३८
१७	१७.०	.९९९	४७	३१.७	.८६६	७७	५१.५	.६४६
१८	१८.०	.९९९	४८	३१.८	.८६६	७८	५१.०	.६५४
१९	१९.०	.९९९	४९	३१.९	.८६६	७९	५०.५	.६६२
२०	२०.०	.९९९	५०	३२.०	.८६६	८०	५०.०	.६७०
२१	२१.०	.९९९	५१	३२.१	.८६६	८१	४९.५	.६७८
२२	२२.०	.९९९	५२	३२.२	.८६६	८२	४९.०	.६८६
२३	२३.०	.९९९	५३	३२.३	.८६६	८३	४८.५	.६९४
२४	२४.०	.९९९	५४	३२.४	.८६६	८४	४८.०	.७०२
२५	२५.०	.९९९	५५	३२.५	.८६६	८५	४७.५	.७१०
२६	२६.०	.९९९	५६	३२.६	.८६६	८६	४७.०	.७१८
२७	२७.०	.९९९	५७	३२.७	.८६६	८७	४६.५	.७२६
२८	२८.०	.९९९	५८	३२.८	.८६६	८८	४६.०	.७३४
२९	२९.०	.९९९	५९	३२.९	.८६६	८९	४५.५	.७४२
३०	३०.०	.९९९	६०	३३.०	.८६६	९०	४५.०	.७५०

Table 26. Arg. = Vishlesh for finding parallax in longitude (लंबन) Arg. = Zenith Distance for finding parallax in Latitude (नति) and si Cosine. Vishlesh = (Sun - The Nonagesimal Point),

कोष्टक २७.

खमध्य वलन.

दोन उपकरणीः--उभें उपकरण= ननांश; आडवें उप.= विश्लेषांश.

ननांश Zen. D	उप = धन विश्लेषांश = + Vishlesh								
	०	१२	२४	३६	४८	६०	७२	८४	
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
- ६०	०	७	१३	१९	२६	३७	४९	६०	- ६०
५४	०	९	१७	२३	२८	३८	४९	६०	५४
४८	०	११	२०	२८	३४	४२	५१	६२	४८
४२	०	१३	२४	३३	४०	४९	५७	६८	४२
- ३६	०	१६	२९	३९	४६	५०	५६	६४	- ३६
३०	०	२०	३१	४२	४९	५६	६२	६९	३०
२४	०	२४	३६	४९	५६	६३	६९	७६	२४
१८	०	३३	४६	६१	६९	७६	८१	८७	१८
- १२	०	४४	६२	८०	८९	९६	९९	९९	- १२
- ६	०	६४	८६	१०	१२	१३	१४	१५	- ६
०	०	९०	९०	९०	९०	९०	९०	९०	०
+ ६	०	११६	१०४	१००	९८	९७	९६	९६	+ ६
+ १२	०	१३६	१०८	११०	१०६	१०४	१०३	१०२	+ १२
+ १८	०	१४७	१२९	११९	११४	१११	१०९	१०८	+ १८
२४	०	१५७	१३८	१२७	१२१	११७	११५	११४	२४
३०	०	१६०	१४५	१३४	१२८	१२४	१२२	१२०	३०
३६	०	१६४	१५१	१४१	१३४	१३०	१२७	१२६	३६
+ ४२	०	१६७	१५६	१४७	१४०	१३६	१३३	१३२	+ ४२
४८	०	१६९	१६०	१५२	१४६	१४२	१३९	१३८	४८
५४	०	१७१	१६३	१५७	१५२	१४८	१४५	१४४	५४
+ ६०	०	१७३	१६४	१६१	१५७	१५३	१५१	१५०	+ ६०
	+	+	+	+	+	+	+	+	
	०	१२	२४	३६	४८	६०	७२	८४	ननांश Zen. D.
	उप = ऋण विश्लेषांश = -Vishlesh								

Table 27. Arg. = Vishlesh and Zenith Distance, The Angle of Position of Sun's Vertex,

ग्रहगणिताचे ध्रुवांक.

(The Constants.)

Rev. S. Vince, P. Hansen, LeVerrier, S. Newcomb, आणि केरो लक्ष्मण छत्रे, या प्रख्यात ज्योतिःशास्त्रविशारदांच्या ग्रंथाधारेण पुढील ध्रुवांक तयार केले आहेत. पुढें सांगितलेली उपपत्ति समजल्यावर ती दृढ होण्यासाठी कोष्टकांतील कांहीं अंक आपण स्वतः उत्पन्न करून पहावे अशी इच्छा वाचकांच्या मनांत सहज उत्पन्न होईल. ती त्यांस पूर्ण करितां यावी म्हणून हे ध्रुवांक व तत्संबंधी सूत्रे येथें दिली आहेत.

कोष्टकांतील एखाद्या अंकाच्या सत्यतेविषयी संशय आला तर ध्रुवांकाच्या साहाय्यानें तो पुनः उत्पन्न करून आलेल्या संशयाची निवृत्ति करितां यावी, हा हे ध्रुवांक देण्याचा मुख्य हेतु आहे.

कोष्टकांतील अंक बरोबर आहेत किंवा नाहींत याची थोडक्यांत परीक्षा करण्याची अशी रीति आहे की, ज्या अंकाबद्दल संशय असेल त्याच्या मागील व पुढील पांच पांच अंक घेऊन त्यांची क्रमानें परस्परांमधील अंतरें काढावीं. तीं क्रमानें वाढत किंवा घटत गेलीं नसतील तर ज्या अंकाच्या पुढें व मागें हा अनियमितपणा दिसून येईल तो अंक चुकला आहे असें म्हणण्यास हरकत नाही. अंतरांतील अनियमितपणा घालविण्यासाठी चुकलेल्या अंकांत किती फेरफार केला पाहिजे ही गोष्ट अनुभवानें मात्र समजते. म्हणून तो चुकलेला अंक ध्रुवांकावरूनच सिद्ध करणें बरें.

कोष्टक १ — ग्रहांचे मध्यमभोग. $c =$ चेंक्रे : $d =$ अहर्गण.

सूर्य	३४९.०८७	+	६८४०.१२७२९९८	c	+	०.९८५६०९२	d
बुध	५२.५००	+	२८४००.८३१३३५८	c	+	४.०९२३३९०	d
शुक्र	१९५.४६७	+	११११८.७८५७२६८	c	+	१.६०२१३०५	d
मंगळ	६९.२००	+	३६३६.७८६६६२८	c	+	०.५२४०३२८	d
गुरु	२७५.६६७	+	५७६.६५२९७५८	c	+	०.०८३०९१२	d
शनि	३३८.३५०	+	२३२.२१०००४८	c	+	०.०३३४५९७	d
वरुण	१२७.७५५	+	८१.४११७६४८	c	+	०.०११७३०८	d
ईंद्र	१५.०७७	+	४१.५१४५७७८	c	+	०.००५९८१९	d
चंद्र	३५५.२९७	+	९१४४३.९२६६०२८	c	+	१३.१७६३५८३	d

कौष्टिक २ --- गुरु व शनि यांचे मोठे आकर्षणसंस्कार.

$$t = (\text{इष्ट शकवर्ष} - १२८०) ; j = \text{गुरूची वार्षिकगति.}$$

$$s = \text{शनीची वार्षिकगति.}$$

$$\text{गुरूचा मोठा संस्कार} = + २०'.८ \sin (5st - 2jt)$$

$$\text{शनीचा मोठा संस्कार} = - ४८'.७ \sin (5st - 2jt)$$

कौष्टिक ३ --- गुरूचा लहान आकर्षणसंस्कार.

$$\left. \begin{aligned} & - १' २२''.७ \sin (H - h) \\ & + ३' २४''.३ \sin 2(H - h) \\ & + ०' १७''.० \sin 3(H - h) \end{aligned} \right\}$$

कौष्टिक ४ --- शनीचा लहान आकर्षणसंस्कार.

$$- ६' ५९''.३ \sin \left\{ (H - 2h) - (35^\circ.4 + 0^\circ.2c) \right\}$$

$$- १०' ५१''.० \sin \left\{ (2H - 4h) + (15^\circ.1 - 0^\circ.3c) \right\}$$

$$\text{यांत } H = \text{गुरूचा मध्यमभोग} \quad c = \text{चक्रे}$$

$$h = \text{शनीचा मध्यमभोग}$$

कौष्टिक ५ ग्रहांची नीचें.

को. ६ ग्रहांचे पात.

सूर्य	२५८.६८३	+	०.०६३	८	सूर्य	२२.१४२	-	०.२६५	८
बुध	५३.४३३	+	०.०३२	८	बुध	२४.७५	-	०.०३६	८
शुक्र	१०७.६६६	-	०.००८	८	शुक्र	५३.४३	-	०.१०१	८
मंगळ	३३१.६८०	+	०.०८९	८	मंगळ	२६.४३	-	०.१२०	८
गुरु	३५०.२२०	+	०.०३५	८	गुरु	७७.०७	-	०.०७६	८
शनि	६८.४५०	+	०.०८५	८	शनि	९०.४८	-	०.०९८	८
वरुण	१४९.१००	+	०.०१७	८	वरुण	५१.०३	-	०.१७०	८
इंद्र	२४.२८०	+	०.००६	८	इंद्र	१०८.२३	-	०.०५६	८

को. ७-ग्रहांची मंदफलें.

 $g =$ मंदकेंद्र.

सूर्य	+	११५.३	$\sin g$	+	१.२	$\sin 2g$	+	०.०	$\sin 3g$
बुध	+	१२०६.२	$\sin g$	+	१७८.९	$\sin 2g$	+	३१.५	$\sin 3g$
शुक्र	+	४७.३	$\sin g$	+	०.२	$\sin 2g$	+	०.०	$\sin 3g$
मंगळ	+	६२३.३	$\sin g$	+	३७.५	$\sin 2g$	+	३.०	$\sin 3g$
गुरु	+	३३०.४	$\sin g$	+	१०.०	$\sin 2g$	+	०.४	$\sin 3g$
शनि	+	३८६.४	$\sin g$	+	१३.६	$\sin 2g$	+	०.७	$\sin 3g$
वरुण	+	३२१.२	$\sin g$	+	९.४	$\sin 2g$	+	०.४	$\sin 3g$
इंद्र	+	५८.५	$\sin g$	+	०.३	$\sin 2g$	+	०.०	$\sin 3g$
चंद्र	+	३७७.४	$\sin g$	+	१२.९	$\sin 2g$	+	०.६	$\sin 3g$
बुधाचें विशेष	+	६.३	$\sin 4g$	+	१.४	$\sin 5g$	+	०.३	$\sin 6g$

को. ८-ग्रहांच्या कक्षापरिणति.

 $c =$ पातोनग्रह.

बुधाची	-	१२.७	$\sin 2c$	शनीची	-	१.६	$\sin 2c$
शुक्राची	-	३.०	$\sin 2c$	वरुणाची	-	०.०	$\sin 2c$
मंगळाची	-	०.९	$\sin 2c$	इंद्राची	-	०.८	$\sin 2c$
गुरूची	-	०.४	$\sin 2c$	चंद्राची	-	६.८	$\sin 2c$

कोष्टक ९-ग्रहांचे रविमध्यशर.

 $t = (\text{इष्टशक} - १८००) \div १०० ; c =$ पातोनग्रह.

बुध	+	$\sin (४२०.२ + ६.३ t)$	$\sin c$
शुक्र	+	$\sin (२०३.६ + ४.५ t)$	$\sin c$
मंगळ	+	$\sin (१११.० - २.४ t)$	$\sin c$
गुरु	+	$\sin (७८.६ - २०.५ t)$	$\sin c$
शनि	+	$\sin (१२६.६ - १४.० t)$	$\sin c$
वरुण	+	$\sin (४६.४ + २.५ t)$	$\sin c$
इंद्र	+	$\sin (१०७.० + ०.० t)$	$\sin c$
रविकाति	+	$\sin (१२०७.४ - ४७.६ t)$	$\sin c$

कोष्टक १० ग्रहांचे मंदकर्ण.

$g =$ मंदकेंद्र.

सूर्य	१०००१४	-	०१६७७	$\cos g$	-	०००१४	$\cos 2g$
बुध	०३९५२८	-	०७८३३	$\cos g$	-	००७९५	$\cos 2g$
शुक्र	०२५३५	-	००४९५	$\cos g$	-	०००००	$\cos 2g$
मंगळ	१०५३०३२	-	१४१६५	$\cos g$	-	००६५९	$\cos 2g$
गुरु	५०२०८८६	-	२५०८३	$\cos g$	-	००६०६	$\cos 2g$
शनि	९५५३७८	-	५३३०२	$\cos g$	-	०१४९२	$\cos 2g$
वरुण	१९०२०३९९	-	८८८६१	$\cos g$	-	०२०६१	$\cos 2g$
इंद्र	३००५५५८	-	२७०१९	$\cos g$	-	००१२१	$\cos 2g$

कोष्टक १७ भाग.

चंद्राचे ध्रुवांक.

१ लें उप	९०.३३८	+	०.०६६९२४	C	+	०.९८५६०९२	d
२ रे उप	६०.९४	+	३.०३८७९३	C	+	१२.१९०७४९१	d
३ रे उप	१६४.४७७	+	५६.५५३०२०	C	+	११.३१६५०६२	d
४ थें उप	२०७.९१२	+	३११.०४४२५१	C	+	१३.०६४९९२०	d
मध्यमचंद्र	३५५.२९७	+	०३.९२६६०२	C	+	१३.१७६३५८३	d
च.शु.राहु	६६.३०५	+	७.७६९१६६	C	+	०.०५२९९३३	d

कोष्टक १८ संस्कार.

१ रा.	-	$६५७^{\circ}.५$	$\sin l$	}	$l =$ रविमंदकेंद्र
		९००.०			
२ रा.	-	$१२१^{\circ}.४$	$\sin m$	}	$m =$ (चंद्र-रवि)
	+	२१४५.०	$\sin 2m$		
	+	११०.०	$\sin 4m$		
		२८८०.०			
३ रा.	+	४४६°	$\sin n$	}	$n = २$ (च-सु) - चंद्र मंदकेंद्र
	+	३०	$\sin 2n$		
	+	४०००			

$$\left. \begin{array}{l} + 306 \sin 2 g \\ + 30 \sin 3 g \\ + 23400 \end{array} \right\} g = \text{पूर्वसंस्कारयुक्त चंद्र मंदकेंद्र}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ वा.} - 209'' \sin 2 z \\ + 420 \end{array} \right\} z = (\text{चं} + \text{च.शु.रा.}) + 9'$$

$$\left. \begin{array}{l} 5 \text{ वा.} + 944'' \sin s \\ + 120 \end{array} \right\} s = (2 m - l)$$

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ वा.} + 956'' \sin t \\ + 210 \end{array} \right\} t = (n - l)$$

$$\left. \begin{array}{l} 7 \text{ वा.} + 992'' \sin u \\ + 120 \end{array} \right\} u = (g - l)$$

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ वा.} - 63'' \sin v \\ + 90 \end{array} \right\} v = (g + l)$$

$$\left. \begin{array}{l} 9 \text{ वा.} + 24'' \sin w \\ + 90 \end{array} \right\} w = (2 z - g)$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ वा.} - 29'' \sin x \\ + 90 \end{array} \right\} x = 2 (z - m)$$

$$\text{चंद्रशर} + 10422'' \sin z;$$

$$\text{शराकर्षण} + 422'' \sin y; \quad y = 2 m + z$$

टिप्पणी—शराकर्षणसंबंधी आणखी लहान लहान सात आठ संस्कार ज्यातिगणितांत दिले आहेत, ते येथे सोडून दिले आहेत. $(2 m + z)$ हे उपकरण स्पष्ट सूर्य, स्पष्ट चंद्र आणि राहु यावरून तयार केले तर सोडून दिलेल्या लहान संस्कारांचे प्रयोजन रहात नाही. ग्रहणप्रसंगी शर आपल्या ३४ व्या अंशाने धाकटा केला तर आकर्षणसंस्काराची देखील गरज रहात नाही.

हालेचा धूमकेतु.

नीचाक्रमणकाल इ० स० १९१० माहे एप्रिल तारीख २० उज्जयिनीच्या मध्यम मध्यरात्रीपासून ८ अ. ४२ मि. या वेळीः—

(French Annuaire A. D. 1911.)

नीच	२८ ^३	५८'.४	प्रदक्षिणाकालवर्षे	७६.०३०
पात	३४	४०.०	कक्षानीचांतर	५८७
परमशर	१७	४७.३	कक्षोचांतर	३५.३०७
दिनगति	—	४६".६६९	केंद्रच्युति	०.९६७

अवांतर माहिती.

मध्यममंदकर्ण (a)	केंद्रच्युति (e)	प्रकृत्यंश (m) = १ ÷	प्रदक्षिणा दि.	अमावास्या दि.	
बुध	०.३८७१	२०५६१	६००००००	८७.९७	१५५.८८
शुक्र	०.७२३३	००६८१	४०८०००	२२४.७०	५८३.९२
पृथ्वी	१.००००	०.१६७५	३३३४८२	३६५.२६	.
मंगळ	१.५२३७	०.०९३३१	३०९३५००	६८६.९८	७७९.९४
गुरु	५.२०२६	०.०४८३३	१०४७	४३३२.५८	३९८.८८
शनि	९.५५४७	०.०५५८९	३५०२	१०७५९.२२	३७८.०९
वरुण	१९.२१८१	०.०४६३४	२२८६९	३०६८६.६१	३६९.६६
इंद्र	३०.१०९६	०.००९८०	१९३१४	६०१८६.६४	३६७.४९
चंद्र	०.००२५	०.०५४९०	२६७ लक्ष	२७.५५	२९.५३

सूर्याचे प्रकृत्यंश. = १.

सूर्यग्रहण.

ग्रहणसंभवासंभव :—अमावास्येस राहु किंवा केतु यांच्यापासून पुढे किंवा मार्गे १९ अंशाच्या आंत सूर्य असेल तरच सूर्यग्रहणाचा संभव असतो. हे अंतर १३ अंशापेक्षा कमी असेल तर पृथ्वीवर कोठे तरी सूर्यग्रहण दिसलेच पाहिजे पण ते इष्टग्रामी दिसेल किंवा नाही, या गोष्टीचा निर्णय पुढील बरेच गणित केल्याशिवाय करिता येत नाही.

संभव असेल तर मागे चंद्रग्रहणगणितांत सांगितलेल्या रीतीने कोणकावरून पंचांगांतील दर्शांताच्या जवळच्या पूर्ण घटिकेची पुढे लिहिलेलीं मानें आणावीं. स्पष्टसूर्य, सूर्यदिनस्पष्टगति, सूर्यबिंब, राहु, अयनांश, मध्यमसूर्य, स्पष्टचंद्र, चंद्रदिन-स्पष्टगति, चंद्रबिंब, चंद्राचें क्षितिजलंबन, चंद्रशर आणि चंद्रशरघटीगति. नंतर या मानांच्या साहाय्यानें सूर्यचंद्रांचा भोग समान होण्याची वेळ काढावी. ती उज्जयिनीची मध्यमवेळ येईल. तिला रेखांतराचा संस्कार करावा म्हणजे इष्ट गांवचा दर्शांतसमय येईल.

उदाहरण:—शके १८१९ पौषकृष्ण ३० शनिवारी नागपूर येथें सूर्यग्रहणाचा संभव आहे. तर त्याचें गणित कर. नागपूरचें रेखांतर + ३३ पढें आणि अक्षांश उ. २१° ८' आहेत. पंचांगांत दर्शांत १५ घटिकेच्या सुमारास आहे. म्हणून उज्जयिनीच्या मध्यमकालाच्या १५ व्या घटिकेचीं मानें आणिलीं तीं येणेंप्रमाणें— (पहा पान ८८)

स्पष्टसूर्य	२७९	५४.६	स्पष्टचंद्र	२७९	३८.३
सूर्यदिनगति	१	१.१	चंद्रदिनगति	१४	३२.२
सूर्यबिंब	०	३२.५	चंद्रबिंब	०	३२.८
राहु	२७४	१५.६	चंद्र. क्षि. लंबन	०	६०.२
अयनांश	२२	२४.४	चंद्रशर	+	२८.०
मध्यमसूर्य	२७९	१४.०	शरघटीगति	+	१.३

यावरून चंद्रसूर्याचे भोग समान होण्याचा उज्जयिनीची वेळ १६ घ. १२ प. आणि नागपूरची वेळ १६ घ. ४५ प. येते.

सुमाराचा ग्रहणमध्यकाल व स्पर्शकाल:—दर्शांतकाल आणि १५ घटी यांचें अंतर करून त्यास नतकाल म्हणावें. दर्शांत पूर्वाह्नी असेल तर नत घटी ऋण. येरव्ही धन समजाव्या. नतघटां ०, १, २, ३ पर्यंत असतील तर त्यांचा दर्शांतघटीला संस्कार करावा. नतघटी ३ पेक्षा जास्त असतील तर ४ च घटिकांचा संस्कार करावा म्हणजे सुमाराचा ग्रहणमध्यकाल येतो. मध्यकालांत ५ घटिका वजा कराव्या. म्हणजे सुमाराचा ग्रहणस्पर्शकाल येतो. या स्पर्शकालापासून पुढें सुमारें दहा घटिकांपर्यंत दर दुसऱ्या घटिकेस सूर्यचंद्रांमधील दृश्य अंतर काढण्यासाठीं गणित करावें लागतें.

उदाहरण:—दर्शांत १५ व्या घटिकेला आहे म्हणून नतघटी १५-१५= ० घ. नतकाल झाला. म्हणून संस्कार ०. अर्थात् १५ घ. हा स्थूल ग्रहणमध्यकाल झाला. आणि १० घ. हा स्थूल स्पर्शकाल झाला.—सूर्यग्रहणी स्पर्शमोक्षकाल, लंबन आणि नति या दोन संस्कारांवर अवलंबून असतात. लंबन व नति हे संस्कार, विभोनलम आणि नतांश यांवर अवलंबून असतात. आणि विभोनलम आणि

नतांश हें गांवाचे अक्षांश आणि विषुवकाल यांवर अवलंबून असतात. ही शेवटचीं दोन मानें २४ व्या कोष्टकाचीं उपकरणें आहेत म्हणून लंबननत्यर्थ जें गणित करावें लागतें त्याचा प्रारंभ येथूनच केला पाहिजे.

२४ व्या आणि २५ व्या कोष्टकांत द्विघटिकांतरित विषुवकालीन त्रिभोनलमें* आणि नतांश यांचीं मानें दिलीं आहेत. ग्रहणाचा अवधि स्थूलमध्यकालाच्या पुढें व मार्गे सुमारे ५ घटिकांपर्यंत असतो म्हणून या अवधीत सदर कोष्टकांतील कोणकोणत्या विषुवघटी पडतात तें काढिलें पाहिजे.

मध्यमसूर्योदधीं सायनमध्यमसूर्याच्या घटिकात्मक भोगा येवढा विषुवकाल (Right Ascension) असतो. म्हणून औदयिक सायनमध्यमसूर्याचे अंश करून त्यांस ६ नीं भागावें झणजे औदयिक घटिकारूप विषुवकाल येतो. यांत सुमाराचा स्पर्शकाल मिळवावा. ही बेरीज समसंख्याकपूर्णविषुवघटी नसेल तर तीत कांहीं भरती घालून ती तशी करावी. आणि जी भरती घातली असेल ती मध्यमकालांतही मिळवावी म्हणजे इष्टघटा इतका विषुवकाल (Siderial Time) असते वेळीं मध्यमकाल किती झाला असेल तें निघतें.

उदाहरण:—औदयिक सायनमध्यमसूर्य ३०^१६४ याला ६ नीं भागून ५०.३ घटिका विषुवकाल झाला. यांत सुमाराचा स्पर्शकाल १२ घटी मिळवून २.३ घटिका हा स्थूलस्पर्शकालिक विषुवकाल झाला. यामध्ये १.७ घटिका भरती घालून ४ घटिका हा पूर्ण समसंख्याक विषुवकाल केला व यावेळीं १२ घटिका + १.७ घ. = १३.७ घटी हा मध्यमकाल झाला. आतां ग्रहणाच्या अवधीत प्रति दोन घटीकांचीं त्रिभोनलमें आणि नतांश आणून दाखवितों.

न्यास (अ)

मध्यम घटी	विषुव घटी	अक्षांश अं.	त्रिभोनल को. २४	नतांश को. २५	नति को. २६	न. कोज्या को. २६
१३.७	४	२१.१	३००.७	-४२.१	-४०.१	.७४
१५.७	६	२१.१	३१४.९	-३९.१	३७.८	.७८
१७.७	८	२१.१	३२८.२	-३५.३	३४.७	.८२
१९.७	१०	२१.१	३४०.६	-३१.०	३०.०	.८६
२१.७	१२	२१.१	३५२.२	-२६.४	२६.७	.९०
२३.७	१४	२१.१	३६३	-२१.७	-२२.२	.९३

*त्रिभोनलमें म्हणजे क्षितिजावरील क्रांतिवृत्ताचा अस्युच्च प्रदेश. नतांश म्हणजे खस्वस्तिका पासून त्रिभोनलमार्पर्यंत चापाकार अंतर.

विश्लेषांश आणि लंबन:—त्या त्या मध्यमघटिकेच्या सायनसूर्यातून त्या त्या घटिकेचें त्रिभोनलभ वजा करावें म्हणजे विश्लेषांश येतात. विश्लेषांश उपकरणां २६ व्या कोष्टकांतून अस्फुटलंबनकला आणून त्यांस वर आगलेल्या नतांश कोटिज्येनें गुणावें म्हणजे स्फुटलंबन निघतें. पण हें स्फुटलंबन क्षितिजलंबन ६० कला असेल तरच बरोबर असतें. कारण २६ वें कोष्टक क्षितिजलंबन ६० कला मानून तयार केलें आहे. म्हणून या स्फुट लंबनास इष्टक्षितिजलंबनकलांनीं गुणून ६० कलांनीं भागिलें पाहिजे. क्षितिजलंबनकला ÷ ६० या अपूर्णाकाला a ही मंज्ञा दिली आहे. प्रस्तुत उदाहरणांत $a = १$ येतो.

न्यास (ब)

मध्यम घटी	सायन सूर्य	त्रिभोन लभ	विश्लेषांश	अ. लंबन को. २६	नतांश-कोज्या	स्फुटलंबन
१३.७	३०२.३	- ३०६.७ = + १.६		+ १.६ × ७२a = + १.२		
१५.७	३०२.३	- ३१४.९ - १२.७		- १३.१ × ७८a = - १०.२		
१७.७	३०२.३	- ३२८.२ - २५.९		- २६.३ × ८२a = - २१.६		
१९.७	३०२.३	- ३४०.६ - ३८.३		- ३७.२ × ८६a = - ३२.०		
२१.७	३०२.३	- ३५२.२ - ४९.९		- ४६.० × ९०a = - ४१.४		
२३.७	३०२.३	- ३.३ = - ६१.०		- ५२.५ × ९३a = - ४८.८		

सूर्यचंद्रांचें दृश्यपूर्वापरान्तर आणि दृश्यदर्शांत:—यापुढें आम्हीं लंबनसंस्कृत या लांबट शब्दाबद्दल सोईसाठीं दृश्य (Apparent) हा शब्द वापरला आहे. त्या त्या मध्यमघटीपुढें इष्टगांवची ग्रहणमध्यघटी मांडून त्यांच्या वैजिक अंतरघटीला चंद्रसूर्याच्या घटीगत्यंतरानं गुणावें म्हणजे भूमध्यस्थ द्रष्टयाला दिसणारें सूर्यचंद्रांच्या मध्यविंदुमधील अंतर येतें. त्याला लंबनाचा संस्कार करावा. म्हणजे इष्टग्रामी दिसणारें अंतर निघतें. हें पूर्वापरान्तर ० होण्याची जी वेळ तोच तेथील दृश्य दर्शांत. यावेळेच्या सुमारास परमग्रास (Greatest Phase.) असतो.

न्यास (क)

मध्यम घटी	ग्रहणमध्य घटी	अंतर घटी	घटी गत्यंतर	भूमध्यांत (-०)	न्यास (ब) लंबन	नागपुरांत (-०)=(b)
१३.७	१६.७	- ३	× १३.५ = - ४०.५	+ १.२ = - ३९.३		
१५.७	१६.७	- १	× १३.५ = - १३.५	- १०.२ = - २३.७		
१७.७	१६.७	+ १	× १३.५ = + १३.५	- २१.६ = - ८.१		
१९.७	१६.७	+ ३	× १३.५ = + ४०.५	- ३२.० = + ८.५		
२१.७	१६.७	+ ५	× १३.५ = + ६७.५	- ४१.४ = + २६.१		
२३.७	१६.७	+ ७	× १३.५ = + ९४.५	- ४८.८ = + ४५.७		

येथे १७.७ घटी यावेळीं चंद्र, सूर्याच्या पश्चिमेस ८.१ कला होता. पण १९.७ घटकेस तो सूर्याच्या पूर्वेस ८.५ कला आला म्हणून १६.६ : ८.१ :: २ घ. : १.० घ. म्हणून १७.७ घ. + १ घ. = १८.७ घ. यावेळीं नागपूर येथे सूर्यचंद्रा-मध्ये पूर्वापरांतर ० होतें. यावरून हाच दृश्यदर्शासमय किंवा ग्रहणमध्यकाल झाला.

चंद्रसूर्याचें दृश्यदक्षिणोत्तर अंतर, मध्यांतर, आणि ग्रास:-चंद्रशराच्या घटीगतीच्या मदतीने त्या त्या मध्यमघटिकेचे चंद्रशर आणून त्यांना त्या त्या वेळेच्या नतीचा संस्कार करावा. म्हणजे त्या त्या वेळेची सूर्यचंद्रामधील दृश्य-दक्षिणोत्तर अंतरें, किंवा स्फुटशर निघतात. नंतर त्या त्या घटिकेचे दृश्य पूर्वापरांतराच्या वर्गात दृश्यदक्षिणोत्तरांचा वर्ग मिळवून बेरिजेचें वर्गमूळ काढावें तें मध्यांतर होतें. मध्यांतरांतून सूर्यचंद्राचें विवैक्यार्थ (मानिक्यखंड = Sum of Semi-diameters) वजा करावें म्हणजे ग्रास किंवा बिंबांतर येतें. हें जितकें ऋण असेल तितका त्यावेळीं ग्रास समजावा.

न्यास (ड)

मध्यम घटी	चंद्रशर न्यास(अ) नाति	स्फुटशर (c) $\sqrt{(b^2+c^2)}$	मध्यांतर विवैक्यार्थ	बिंबांतर
१३.७	+ २५.६ - २०.१ = - १४.५	२१.९ - ३२.७ = + ९.२ शुद्धि		
१५.७	+ २८.२ - ३७.८ = - ९.६	२५.७ - ३२.७ = - ७.० ग्रास		
१७.७	+ ३०.८ - ३२.७ = - ३.९	९.० - ३२.७ = - २३.७ ग्रास		
१९.७	+ ३२.४ - ३०.० = + २.४	९.६ - ३२.७ = - २३.१ ग्रास		
२१.७	+ ३७.० - २६.७ = + १०.३	२८.१ - ३२.७ = - ४.६ ग्रास		
२३.७	+ ३९.६ - २२.२ = + १७.४	४८.९ - ३२.७ = + १६.२ शुद्धि		

स्पर्शमोक्षकाल:-न्यास (ड) वरून दिसतें कीं घ. १३.७ यावेळीं सूर्यचंद्राच्या बिंबप्रांतामध्ये + ९.२ अंतर होतें. पण घ. १५.७ यावेळीं - ७.० होतें म्हणजे इतका ग्रास झाला होता. यावरून २ घटिकावधीत १६.२ इतकें मध्यांतर कमी कमी होत आहे. म्हणून त्रैराशिकानें + ९.२ अंतर कमी होण्यास १.१ घ. लागेल. यास्तव १३.७ घ. + १.१ घ. = १४.८ घ. हा स्पर्शकाल झाला.

याचप्रमाणें घ. २१.७ यावेळीं - ४.६ ग्रास आहे. पण घ. २३.७ यावेळीं ग्रहण सुटून बिंबप्रांतामध्ये + १६.२ अंतर पडलें आहे. यावरून २ घटिकांत २०.८ मध्यांतर वाढत आहे. तेव्हां त्रैराशिकानें ४.६ अंतर वाढण्यास ०.४ घ. पाहिजे. म्हणून २१.७ घ. + ०.४ घ. = २२.१ घ. हा ग्रहणमोक्षकाल झाला.

चंद्रबिंबवृद्धि-आतां ग्रहण खग्रास होईल किंवा नाही तें ठरविण्यापूर्वी ग्रहण-

मध्यकालीं चंद्रबिंब केवढें असेल तें ठरविलें पाहिजे. कारण चंद्राच्या उदया-पासून तो मध्याह्नीं येईपर्यंत चंद्राबिंब हळू हळू वाढत असतें. नंतर त्याचा अस्त-होईपर्यंत पुनः घटत जातें म्हणून इष्ट वेळेची चंद्रबिंबवृद्धि पुढील समीकरणसूत्रा-वरून आणून ती पूर्वी आणलेल्या चंद्रबिंबांत मिळवावी.

$$\text{बिंबवृद्धि} = ३१''.० \times \text{नतांशकोटिज्या} \times \text{विश्लेषांशकोटिज्या.}$$

ग्रहणमध्यकाल १८.७ घ. यावेळीं न्यास (अ) आणि (ब) यांत नतांश ३३ आणि विश्लेषांश ३२ आहेत. यांच्या कोटिज्या. ८५, ८५ आहेत. म्हणून $३१''.० \times ८५ \times ८५ = २२''.० = ०'.४$ ही बिंबवृद्धि झाली. ही चंद्रबिंब ३२'.८ यांत मिळवून ३३'.२ हें ग्रहणमध्यकालीं चंद्रबिंब झालें.

ग्रहणमध्यकालीन नतिसंस्कृत शरः— वटिका १७.७ आणि १९.७ यावेळीं न. सं. शर अनुक्रमे - ३'.९, + ४'.४ आहेत. म्हणून ग्रहणमध्यकाल घ. १८.७ यावेळीं त्रैराशिकानें + ०'.२ शर येतो. चंद्रसूर्याचें बिंबांतरार्ध $\frac{३}{४}$ (३३'.२ - ३२'.५) = ०'.७ हा यापेक्षा शर कमी आहे म्हणून ०'. ३५ - ०'.२० = ०'.१५ हा खप्राप्त झाला. चंद्रग्रहणांतील रीतीनें मर्दस्थिति आणली तर $\sqrt{(०'.३५^२ - ०'.२०^२)} \times ३६०० \div ८११' = २.२$ पळें. यांची दुप्पट ४.४ पळें किंवा सुमारे २ मिनिटें खप्राप्त काल येतो.

स्पर्शमोक्षस्थानें.

सूर्याच्या शिरोबिंदूपासून परिधावर अमुक अंशावर स्पर्शमोक्ष होतील असें सांगितलें तर तें आबालवृद्धांसही समजतें. म्हणून शिरोबिंदुसंबंधानें स्पर्शमोक्ष स्थानें काढण्याची रीति पुढें सांगितली आहे.

स्थानांशः—न्यास (ड) यांतील स्पर्शकालीन नतिसंस्कृत शराला १०० नीं गुणून गुणाकाराला सूर्यचंद्राच्या बिंबैक्यार्धानें भागावें. या भागाकारास उपकरण मानून चंद्रग्रहणांतील ३४ व्या पानावरील कोष्टकांतून स्पर्शांश आणून त्यांत १८० मिळवावे म्हणजे सूर्यग्रहणाचे स्पर्शांश होतात.

याचप्रमाणें मोक्षकालीन नतिसंस्कृत शर आणि बिंबैक्यार्ध हीं घेऊन मोक्षांश आणावे. आणि त्यांतून १८० वजा करावे म्हणजे सूर्यग्रहणोपयोगी मोक्षांश येतात.

न्यास (अ) आणि न्यास (ब) यांतून स्पर्शकालाचे नतांश आणि विश्लेषांश आणून या दोन उपकरणांनीं २७ व्या कोष्टकांतून स्वमध्यवलन आणून त्याचा स्पर्शस्थानांशाम संस्कार करावा म्हणजे सूर्याच्या शिरोबिंदूपासून स्पर्शस्थानांश येतात. स्थानांश घन असतील तर ते शिरोबिंदूपासून परिधावर उजवे-कडे मोजावे. ऋण असतील तर डावेकडे मोजावे.

मोक्षस्थानर्हा याच रीतीने आणावे.

उदाहरणः—स्पर्शकाल १४.८ व. यावेळी (ड) न्यासांत नतिसंस्कृतशर-
१२'० आहे आणि विवैक्यार्ध ३२'०७ आहे. म्हणून $१२ \times १०० \div ३२'०७ = ३६$ या
उपकरणाने—६९ येतात. यांत १८० मिळवून + ११९ हे कदंबसूत्रापासून स्पर्श-
स्थानांश झाले. न्यास (अ) आणि (ब) यांत स्पर्शकालचे नतांश - ४३ आणि
विश्लेषांश - ५ आहेत. या उपकरणांनी २७ व्या कोष्टकांतून स्वमध्यवलन + ६ येते
म्हणून + ११९ + ६ = + ११७ हे शिरोविंदूपासून स्पर्शस्थानांश झाले. हे धन
आहेत म्हणून शिरोविंदूपासून परिघावर उजवीकडे मोजावे.

आपल्या ग्विशांतील घड्याळास सूर्यविंब मानावे आणि या स्थानांशास ६ नीं
भागून येणाऱ्या संख्येस मिनिटे मानावीं. मग धन मिनिटे उजवीकडे आणि ऋण
मिनिटे डावेकडे मोजून जी स्थाने येतील त्या स्थानी स्पर्शमोक्ष होतील. मात्र
घड्याळ पाहतांना १२ चा आंकडा उभ्या रेषेत धरावा. उदा. + ११७ \div ६ = २०;
म्हणजे घड्याळांत जेथे २० मिनिटांचे घर असते तेथे सूर्यविंबावर स्पर्श होईल
असे जाणावे.

स्टॅण्डर्ड टाइम मानांचे स्पर्शादि काल काढणेः— वर जे घटिकादि स्पर्शादि-
काल आले आहेत ते स्थानिक मध्यम आहेत. त्यांस रेखांतराचा व्यस्त संस्कार
करावा, म्हणजे रेखांतर मिनिटे धन असलीं तर ऋणसमजावीं आणि ऋण असलीं
तर धन समजून स्पर्शादि स्थानिकमध्यम कालांना संस्कार करावा म्हणजे उज्ज-
यिनीमध्यमकाल येतात. त्यांत ६ अ. २७ मि. मिळवावी म्हणजे स्टॅण्डर्ड टाइम-
प्रमाणे स्पर्शादिकाल येतील.

स्थानिककाल - रेखांतर + ६ अ. २७ मि. = स्टॅण्डर्ड टाइम

उदाहरणः—

स्टॅण्डर्ड टाइम.

	घ.	अ. मि.	मि. रेखा.	अ. मि.	अ. मि.
स्पर्श	= १४.८	= ५ ५५.२,	- १३.० + ६ २७ = १२ ९,		
मध्य	= १८.८	= ७ ३९.२,	- १३.० + ६ २७ = १ ४५,		
मोक्ष	= २२.९	= ८ ५०.४,	- १३.० + ६ २७ = ३ ४,		

सूर्यग्रहणार्थ सूर्यचंद्रानयन-न्यास ६.

मिति—शके १८१९ पौषरुण ३० शनिवार उज्जयिनी येथे प्रातःकालीन गत
वक्र १, अहर्गण २९४, इष्टकाल १५ घ. = २५ दि. म्हणजे नागपूर येथे मध्यमकाल
१५ घ. ३३ प. यावेळेचे आषण गणित करूं.

विवरण.	सूर्य.	१ लें उप.	२ रें उप.	३ रें उप.	४ थें	चंद्र.	च. श्र. रा.
क्षेपक.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८०० गति	३४९.०८७	९०.४०	६.१९	१६४.४८	२०५.५६	३४६.२९७	६२.३७५
१ चक्र	.१२७	.०६	३.८०	५६.५५	३११.०४	३.९२७	७.७६९
२०० दि.	१९७.१२२	१९७.१२२	२७८.१५	१०३.३०	९३.००	११५.२७२	१०.५९९
९० दि.	८८.७०५	८८.७०	१७.१७	२९८.४८	१५.८५	१०५.८७२	४.७७०
४ दि.	३.९४२	३.९४	४८.७६	४५.२७	५२.२६	५२.७०५	०.२१२
२५ दि.	.२५८	.२५	३.०५	२.८३	३.२६	३.२९४	.०१३
क्ष + ग.	२७९.२३३	२०.४७	३५७.१२	३१०.९१	४०.९७	२६७.३६७	८५.७३८
को. १८		.१८	.७४	.३५	१.२७	१.२७०	
		चंद्रगति			४२.२४	१०.९५०	
को. १९		८७२.२ =	(११४.४	+ १११.४	६४६.४)	२७९.५८७	२७९.५८७
रविफल	.६८०	रविगति	रविबिंब.	चंद्रबिंब	चंद्रलंबन.	.१३०	५.३२५
स्पष्टसूर्य.	२७९.९१३	६१'.१	३२'.५	३२'.८	६०'.२	२७९.७१७	५ वें उप.
संस्कार.		उप. १८ चीं उपकरणे.				२७९° ४२'.६	
६ वा .		(द्विगुण २ रें-१ लें) =	३२४°			१.८	
७ वा .		(३ रें-१ लें) =	२९१			.४	
८ वा .		(४ थें-१ लें) =	२२			२.८	
९ वा .		(४ थें + १ लें) =	६२			.५	
१० वा .		(द्विगुण ५ वें-४ थें) =	३२८			२.१	
११ वा .		द्विगुण (५ वें-२ रें) =	१६			१.१	
						२७९ ५१.३	
						-१३.०	
सर्वसंस्कारयुक्त चंद्र.						२७९ ३८.३	

चंद्रशर-स्पष्टचंद्र २७९.६४ + चक्र-शु.रा. ८५.७४ = ५.३८ या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्रशर + २८'.९ आणून तो चंद्रग्रहणीं सांगितल्याप्रमाणें आपल्या ३४ व्या हिशानें लहान केला म्हणजे + २८'.० येतो. हाच आकर्षण-स्पष्ट चंद्रशर झाला.

भाग २ रा.

उपपत्ति.

उपपत्ति म्हणजे कार्यकारणसंबंधे विवेचन. कांहीं कारणें इंद्रियग्राह्य असतात. कांहीं बुद्धिग्राह्य असतात. इंद्रियद्वारा प्रथम नाना कार्ये व चमत्कार यांची प्रतीति येते; तेव्हां त्या त्या चमत्कारांचीं कारणें काय असावीं अशी विचारी मनुष्यास प्रबळ जिज्ञासा उत्पन्न होते. मग कारणांचा पत्ता लावण्याच्या कामीं तो आपल्या प्रयत्नांची आर्षा विचारशक्तीची शिकस्त करूं लागतो. अशा रीतीनें शेंकडों विद्वानांचा शेंकडों वर्षे दीर्घाद्योग व गहन विचार चालू असल्यामुळे हल्लींचीं सर्व भौतिक व आध्यात्मिक शास्त्रें उत्पन्न झालीं आहेत. त्यांपैकीं ज्योतिष हें एक शास्त्र आहे.

ज्योतिःशास्त्रास घड्याळाची उपमा चांगली शोभते. घड्याळांतील चक्रे, अक्ष, कमानी, लंबक इत्यादि अवयव त्यांतील कालदर्शक कांट्यांच्या गतीचीं प्रत्यक्ष कारणें असतात. पण कमानीत जी स्थितिस्थापक शक्ति असते ती त्या गतीची परोक्षकारण असते. प्रत्यक्ष कारणांचा संबंध आणि कार्ये थोड्याशा विचारानें समजतात. पण परोक्ष कारणांची खुबी एकाएकी लक्ष्यांत घेत नाहीं.

घड्याळाप्रमाणेंच ज्योतिःशास्त्राचीं व्यक्त व अव्यक्त अशीं दोन अंगें आहेत. पहिलें गोलीय ज्योतिष (Spherical Astronomy) आणि दुसरें प्रेरणात्मक ज्योतिष (Gravitational Astronomy). या विश्वांत आकाशगंगा, नक्षत्रें, सूर्य, ग्रह, उपग्रह, धूमकेतु व उल्का हे पदार्थ कोठें व कसे आहेत ? सूर्य, ग्रह आणि उपग्रह यांचा परस्पर संबंध काय आहे ? कोण कोणाभोंवतीं फिरतात ? त्यांच्या कक्षांच्या आरुति कशा प्रकारच्या आहेत ? कक्षांच्या पातळ्या परस्परांपासून किती आणि कोणीकडे कलल्या आहेत ? त्यांचीं अंतरे आणि प्रदक्षिणाकाल यांचीं मानें काय आहेत ? इत्यादिक विषयांचें ज्ञान संपादन करणें आणि या ज्ञानाच्या बळावर ग्रहांचीं भावि स्थानें पूर्वींच ठरविणें हें ज्योतिःशास्त्राचें पहिलें प्रत्यक्ष अंग होय. या पुस्तकांत याच अंगाचें विवेचन केलें आहे.

ज्योतिःशास्त्राचें दुसरें अंग म्हणजे पूर्वीक प्रत्यक्ष गोष्टींच्या परोक्षकारणांचें विवेचन. ग्रह सूर्याभोंवतीं व उपग्रह ग्रहाभोंवतीं कां फिरतात ? ते त्यांच्या बंधनांतून सुटून कां जात नाहीत ? किंवा सूर्यावर जाऊन कां आदळत नाहीत ? त्यांच्या फक्षा अधिक कमी लांबोड्या कां आहेत ? ग्रहकक्षांचे संपात मार्गें कां सरकतात ?

नीचोच्चविंदु पुढें कां सरकतात ? राहु ३ कलाच कां मागें जातो, अधिक कां जात नाही ? ही सूर्यसंस्था (Solar System) निरंतर अशीच राहिल किंवा सूर्या-यस्वाहा होईल ! इत्यादि परमाश्चर्यकारक आणि परमेश्वराविषयीं परम पूज्यभाव उत्पन्न करणाऱ्या गोष्टींचें विवेचन या दुसऱ्या अंगांत येतें.

विचार केला तर असें दिसून येतें कीं, हें दुसरें अंग पहिल्या अंगापेक्षां किती-तरी पट श्रेष्ठ आहे ! पहिलें कार्य आहे आणि दुसरें कारण आहे. हें दुसरें अंग म्हणजे ईश्वराच्या अगाध करणीच्या रहस्यांचें रहस्य आहे. याला भुलून जाऊन अमेरिका, इंग्लंड, फ्रान्स, जर्मनी या देशांतील ज्योतिःशास्त्रवेत्त्यांनीं हें रहस्य पूर्ण-पणें हस्तगत करून घेण्यासाठीं आजन्म भ्रम करून उत्तमोत्तम ग्रंथ लिहिले आहेत, त्यांची वार्ता देखील आम्हांस नाही. या शास्त्राच्या अभिवृद्धचर्थ साहाय्य करणें ही गोष्ट आपल्या राष्ट्रीय कर्तव्यांपैकी एक कर्तव्य आहे अशी सर्व पाश्चात्य पराक्रमी राष्ट्रांची दृढ समजूत झाली आहे.^१

१ फ्रेंच सरकार Annuaire नांवाचें पुस्तक इ. स. १७९५ पासून प्रतिवर्षीं प्रसिद्ध करित असतें. त्याच्या प्रस्तावनेमध्ये त्यांचीं अंगीकृत कर्तव्यें नमूद केलीं असतात. त्यांचा थोडासा उतारा खालीं दिला आहे.

II (la Bureau des Longitudes) est institue en vue du perfectionnement de s diverses branches de la Science astronomique et de leurs applications à la geographie, à la navigation et à la physique du globe, ce qui comprend :

.....4° l'avancementdes the'ories de la me' canique celeste et de leurs applications; le perfectionnement des Tables du Soleil, de la Lune et des planets; 5°.....

महापुरुष नेपोलियन बादशहा जसा रणधुरंधर होता तसाच तो शास्त्रें व कला यांचा मोठा पुरस्कर्ताही होता. आमच्या परमपूज्य चक्रवर्तिनी महाराणीसाहेबांच्या उदारार्थयानें जशीं हानसेनचीं चंद्रकोष्टकें (इ० स० १८५७) छापलीं गेलीं त्याप्रमाणेंच बुर्गचीं चंद्रकोष्टकें नेपोलियन बादशहाच्या ओदार्यानिं (इ० स० १८०६) छापलीं गेलीं. त्यांची प्रत बादशहास नजर करितेसमयीं लाप्रांज लाप्लास, लालंद डिलांबरसारखे महागणिती बोर्ड ऑफ लॉजिट्यूडचे मॅबर होते. त्यांच्या अर्पणपत्रिकेंत पुढील हृदयंगम उद्गार नमूद आहेत.

.....ce n'est point au Vainqueur de Marengo et d'Austerlitz, .. que le Bureau des Longitude vient offrir le tribut de ses veilles. C'est au Protecteur e'clairé des sciences et des arts, qui convert de tant de gloire daignait entrer dans nos rangs, assister a nos confere'nces, animer, encourager et diriger nos travaux.....

हैं परम रहस्य आमच्या देशवांधवांना कळवून तद्द्वारा आमच्या जुन्या ज्योतिःशास्त्राचा जीर्णोद्धार करावा अशी आमची उत्कटेच्छा आहे. पण वस्तुस्थिति संन्याशाच्या लग्नाप्रमाणे प्रतिकूल आहे. ह्याणून पूर्वागविषयक हे पुस्तक प्रथम लिहिणे जरूर पडलें. उत्तरांगावर ग्रंथ लिहिण्यास अनेक विद्वानांची व द्रव्याची मदत लागते. वर्तमान स्थितीवरून विचार करतां हे काम दुर्घट दिसते; तथापि हा विषय आमच्या वाचकांच्या नुसता कानावरून गेला तरी कधीं काळीं त्याच्या अभ्युदयार्थ परमेश्वर कोणाला तरी प्रेरणा करील, अशा समजुतीनें या विषयाचे केवळ दिग्दर्शन मात्र आम्ही खालीं करित आहों.

या विषयास इंग्रजीत Physical Astronomy, Theoretical Astronomy, Celestial Mechanics अशीं नांवे आहेत. आम्हीं यास 'दिव्यशिल्प' हें नांव योजिलें आहे. दिव्यशिल्पाचे दोन विभाग आहेत:—

१ ला. गोलद्वयप्रश्न Problem of Two Bodies.

२ रा. गोलत्रयप्रश्न Problem of Three Bodies.

प्रथम सूर्य आणि ग्रह असे दोनच गोल आहेत असें कल्पून कोणा एका विवक्षित क्षणीं त्या दोन गोलांमधील सरळरेषारूप अंतर (Distance), त्यांचें प्रकृत्यंश (Mass), ग्रहाचा वेग (Velocity), आणि गमनादिशा (Direction) या गोष्टी समजल्या तर येवढ्यावरून ग्रहाचें मध्यमांतर (Mean Distance), नीच (Perihelion), केंद्रच्युति (Excentricity), आणि प्रदक्षिणाकाल (Periodic Time), हीं चार मानें (मूलांक, Elements.) गणितानें कशीं आणावीं, हा प्रकार गोलद्वयप्रश्नांत सांगितला असतो.

पूर्वीं सूर्य आणि ग्रह असे दोनच गोल होते. पण आतां एक नवीनच ग्रह आणून त्याला सूर्याभोवतीं फिरावयाला लाविलें तर त्यापासून पहिल्या ग्रहाच्या पूर्वीं मूलांकावर काय परिणाम होतो या गोष्टीचा विचार गोलत्रयप्रश्नांत केला असतो. नवीन ग्रह येण्याच्या पूर्वीं पहिल्या ग्रहाचे मूलांक स्थिर होते. म्हणजे कालत्रयीं त्यामध्ये फेर पडला नसता. पण आतां या नवीन ग्रहाच्या उपस्थितीमुळे पहिल्या ग्रहाचे सर्व मूलांक चल होतात. तिघांच्या सापेक्ष स्थित्यनुसार या गोलत्रयांतून जाणाऱ्या पातळीमध्ये सूर्य आणि पहिला ग्रह कमीजास्त ओढले जातात. या ओढाताणीस आम्हीं परिपीडन (Perturbation) हें नांव योजिलें आहे. गणिताच्या सोयीसाठीं या परिपीडनाचे तीन प्रकार केले जातात.

१ ला प्रकार. महाकालिक (Secular Perturbation), याचें उदाहरण चंद्र ग्रह इत्यादिकांचें कालांतरसंस्कार. हे कलाच्या वर्गघनानुसार बदलतात, याच्या एका पर्यायास लाखों वर्षे लागतात,

२ रा प्रकार. दीर्घकालिक (Long Period Perturbation) याचें उदाहरण गुरु आणि शनि यांचे मोठे संस्कार.

३ रा प्रकार. अल्पकालिक (Short Period or Periodic Perturbations) याचें उदाहरण गुरु आणि शनि यांचे लघु संस्कार. चंद्राचे तिथिच्युत्यादि संस्कार. दिव्यशिल्पशास्त्र जितकें आनंददायक आहे तितकेंच तें विकटही पण आहे. याच्या अध्ययनास पुढें सांगितलेल्या विषयांचें मार्मिकज्ञान लागतें.

उच्चबीजगणित. Higher Algebra.

समीकरणोपपत्ति. Theory of Equations.

बैजिक भूमिति. Analytical Geometry.

परमाणुगणित. Differential Calculus.

पिंडगणित. Integral Calculus.

परमाणुसमीकरणे. Differential Equations.

गणिताच्या बहुधा प्रत्येक शाखेवर टॉडहंट्टर या गणिताचार्याची पुस्तके आहेत. तीं एकाच्या हातचीं असल्यामुळें चांगलीं सुसंगत आहेत. इतर विद्वानांनीं निरनिराळ्या गणितशाखांवर लिहिलेले शेंकडो उत्तम ग्रंथ इंग्लिश आणि फ्रेंच भाषेंत आहेत. प्रत्येक ग्रंथ आपापल्या परीनें चांगलाच असतो. एका पुस्तकांत एका विषयाचें विवेचन उत्तम असेल तर दुसऱ्या पुस्तकांत दुसऱ्याच विषय तितकाच उत्तम प्रतिपादिलेला असतो. म्हणून केवळ पुस्तकावरूनच ज्यांना या शाखाचें अध्ययन करणें असेल त्यांनीं एकाच शाखेसंबंधानें लिहिलेलीं अनेक विद्वानांची पुस्तके वाचणें बरें.

पण विद्यार्थि वर्गाच्या तर्फेनें असेही म्हणतां येईल कीं, पूर्वीक ग्रंथांत प्रत्येक बाबीचा विस्तार फारच केलेला असतो, त्यापैकी ज्योतिःशास्त्रास जरूर लागणाऱ्या गोष्टी कोणत्या हें न समजल्यामुळें नवीन विद्यार्थी निराश होण्याचा संभव फार. अत्यंत चिकाटीचे विद्यार्थी क्वचित् असतात. म्हणून प्रत्येक शाखेचीं मूलतत्त्वे उत्तम रीतीनें थोडक्यांत समजावून देणारी व त्या त्या तत्त्वांचा दिव्यशिल्पास कोठें व कसा उपयोग होतो, तें जेथल्या तेथें सांगून देणारी अशी एक मराठी किंवा इंग्रजी भाषेंत ज्योतिर्गणित-पुस्तकावलि तयार करणें अत्यावश्यक गोष्ट आहे.

ज्योतिःशास्त्राच्या सांगोपांग अध्ययनास उपयोगीं अशी इंग्लिश व फ्रेंच भाषेंत लिहिलेल्या पुस्तकांची यादी वाचकांच्या माहितीसाठीं येथें देऊन ही उपपत्ति-मीमांसा संपवितों.

- 1 Outlines of Astronomy - by Sir John Herschel.
- 2 Astronomy - by Sir Norman Lockyer.
- 3 Gravitation - by Sir George B. Airy.
- 4 Higher Algebra - by Hall and Knight.
- 5 Course of Mathematics - by P. T. Main.
- 6 Trigonometry - by I. Todhunter and J. Hymers.
- 7 Conics - by W. H. Drew.
- 8 Co-ordinate Geometry - by Todhunter.
- 9 Infinitesimal Calculus i. e. Principles of the Differential and Integral Calculus - by D. A. Murray and E. Edser.
- 10 Differential Equations - by D. A. Murray, A. R. Forsyth and J. Hymers.
- 11 Dynamics - by P. G. Tait and W. J. Steele, E. J. Routh and G. B. Airy.
- 12 Matter and Motion - by Maxwell.
- 13 Celestial Mechanics - by F. R. Moulton, M. Duhamel, La Place, G. Pontécoulant, A. Souchon, and F. Tisserand.
- 14 Lunar Theory - by H. Godfray, J. C. Adams, G. B. Airy, E. W. Brown and H. Poincare.
- 15 Planetary Theory - by C. H. H. Cheyne, G. B. Airy, Le Verrier.
- 16 Calculation of Orbits - by F. Tisserand, Watson.
- 17 Theory of Astronomy - by Rev. R. Main, J. Hymers and Rev. S. Vince.

मध्यमगणित.

ज्योतिःशास्त्राचें पूर्वांग जें गोलीयज्योतिष (Spherical Astronomy) त्याचेंच विवेचन करणें, हा या पुस्तकाचा मुख्य हेतु आहे असें वर आम्हीं कळविलेंच आहे. हें उपपादन चांगलें समजण्यास वाचकांस निदान बीजगणित, भूमिति, त्रिकोणमिति (सरळ आणि गोलीय) आणि शंकुच्छिन्न

इतके विषय तरी अवगत असले पाहिजेत. वाचकांची इतकी पूर्व तयारी आहे असें गृहांत धरून या उपपत्तिकथनास आम्हीं प्रारंभ करित आहों^१.

ज्योतिःशास्त्राचा विषय प्रत्यक्ष म्हणजे डोळ्यांस दिसणारा आहे. म्हणून शक्य तितक्या प्रयत्नानें तो आकृतीच्या द्वारे समजावून सांगणें बरें. पाहिल्या भागांत नीच, पात, मंदफल, शीघ्रफल, शर, मंदकर्ण, शीघ्रकर्ण, इत्यादि शब्दांचा उपयोग केला आहे. पण हें सर्व शाब्दिकज्ञान झालें. ज्या पदार्थांचे वाचक हे शब्द आहेत ते पदार्थ प्रत्यक्ष पाहिल्यानें जें ज्ञान होतें तें या कोरड्या शाब्दिक-ज्ञानापेक्षां शंभरपट पक्कें असतें. म्हणून ग्रहमालारूपी इमारतीचें चित्र वाचकांच्या डोळ्यांपुढें मांडण्याचा प्रयत्न या प्रकरणांत आम्हीं करित आहों.

१ ल्या भागाच्या उपोद्घातांत विश्व आणि ग्रहमाला यांचा संबंध दाखविला आहेच. येथें ग्रहमालेचा व आमचा संबंध कसा आहे तो दाखवितों. आकृती १ पहा. इचे दोन भाग आहेत. १ ल्या भागांत सूर्य आणि त्याच्या भोंवतीं फिरणारे बुध, शुक्र, पृथ्वी आणि मंगळ या चार ग्रहांच्या कक्षा दाखविल्या आहेत. याच स्केलानें अवशिष्ट ग्रहांच्या कक्षा काढिल्या असल्या तर २० पट रूंद जागा लागली असती म्हणून स्केल २० पट कमी करून दुसरा भाग काढिला आहे. पाहिल्या भागांत मंगळाची कक्षा सर्वांत मोठी आहे तीच दुसऱ्या भागांतील कक्षांमध्ये सर्वांत लहान आहे. या दुसऱ्या भागांत मंगळ, गुरु, शनि, वरुण आणि इंद्र या पांच ग्रहकक्षा दाखविल्या आहेत. दोनही आकृतींच्या मध्यभागी सूर्य आहे. हाले धूमकेतूची कक्षा अत्यंत लांबट दीर्घवर्तुलाकार आहे. तिचें नीचस्थान पाहिल्या भागांत बुधकक्षेच्या थोडें बाहेर आहे आणि उच्च २ च्या भागांत इंद्रकक्षेच्याही पलीकडे गेलें आहे.

आपण भरतखंडनिवासिजन दक्षिणेकडे तोंड करून पुस्तक क्षितिजावर उभें धरून वाचत आहों अशी कल्पना करावी म्हणजे या पाहिल्या आकृतीची पातळी आकाशस्थ ग्रहमालेच्या पातळीशीं बरीच समांतर होईल. डावेकडील चित्रा

(१) हे विषय हल्लींच्या मराठी शिक्षणक्रमांतून बहुतेक गाळले असल्यामुळे यावरील जुनीं मराठी पुस्तकें दुर्मिळ झालीं आहेत. गत वर्षीं रा० रा० रंगनाथ नारायण मोहाळकर यांनीं सरळ रेषात्रिकोणमितीवर मराठीत एक उत्तम पुस्तक लिहून प्रसिद्ध केलें आहे. सुमारे ६० वर्षांपूर्वीं पुण्याच्या पाटशाळेंतून सरळत्रिकोणमिति ' नांवाचें पुस्तक छापलें होतें. त्यांत लायतमाचीं आणि प्रत्येक कलेच्या भुज्ज्या, कोटिज्या, स्पर्शरेषा यांचीं कोष्टकें आहेत. नगरकरांचें बीज-गणित, संतिवित्तरकरांचें अंकुच्छिन्न, करकरे यांची भूमिति, समीकरणें, गूण्यब्धि आणि मूलपरिणति नांवाचें एक पुस्तक, हीं सर्व आतां दुर्मिळ झालीं आहेत.

आहे
राक्य
गात
ांचा
क हे
इक-
च्या

ेला
े १
गारे
ाच
ली
न्या
ाति
ाच
ले
या
ही

भें
ठी
ा

नी
ळ
ां
ां
ां
गे

तान्यांतून निघून सूर्याच्या मध्यबिंदूतून पार जाऊन रेवतीकडे जाणारी एक आडवी रेष काढलेली आहे. ही रेष सूर्य आणि रेवती यांच्या दरम्यान प्रत्येक ग्रहकक्षेस ज्या बिंदूत छेदिते तो बिंदू त्या कक्षेवर भोग म्हणजे कंसाकार अंतर किंवा कोन मोजण्याचें आरंभस्थान आहे असें समजावें. सर्व ग्रह आकृतीत शराघातें दाखविलेल्या दिशेनें म्हणजे अपसव्य दिशेनें सूर्याभोवतीं सर्वकाल फिरत असतात. हालेचा धूमकेतु मात्र सव्य दिशेनें सूर्य प्रदक्षिणा करितो.

सूर्यापासून पृथ्वीपर्यंत जें सरळरेषात्मक अंतर आहे तें सुमारे ९ कोटि मैल आहे. या अवाढव्य अंतराला मानदंड (Astronomical Unit) समजून इतर ग्रहांचीं अंतरें याच मानदंडानें मोजून सांगण्याची पाश्चात्य ज्योतिर्विद्याची वहिवाट आहे. म्हणून आकृतीत सूर्यापासून रेवतीकडे जाणाऱ्या रेषेवर सूर्य व ग्रह यांमधील अंतरें याच स्केलाप्रमाणें दाखविली आहेत. प्रत्येक ग्रहाला सूर्याभोवतीं एक प्रदक्षिणा करण्यास लागणारे दिवस त्या त्या कक्षेवर दाखविले आहेत.

८ व्या आकृतीत ग्रहांच्या कक्षा निरुपायास्तव एकाच पातळीत दाखविल्या आहेत. त्या सर्व सूर्याच्या मध्यबिंदूतून गेल्या आहेत ही गोष्ट खरी आहे. पण प्रति दोन पातळ्यांमध्ये दोन चार अंशांचा कोन आहे असें समजावें. आकृतीच्या पातळीच्या बाहेर दूर राहून त्यांच्याकडे पाहिलें तर त्या कक्षा जशा दिसतात तशा त्या आकृतीत काढिल्या आहेत. पण आपण सूर्याच्या मध्यबिंदूतून ग्रहकक्षा पाहिल्या तर त्या कक्षा दिसतील त्याची प्रत्यक्ष प्रतीति येण्यासाठी थोडी खटपट केली पाहिजे.

सुमारे दोन हात लांब अशी एक ताठ छडी अथवा लोखंडी काडी घेऊन तिजवर आकृतीत दाखविल्याप्रमाणें तारेचीं दोन समकेंद्र (concentric) वर्तुलें बांधावी, अशीं कीं त्यांच्या पातळ्यांमध्ये दोन चार अंशांचा कोन होईल. नंतर त्यांचा मध्यबिंदु आपल्या डोळ्यापाशीं धरून त्या दोन वर्तुलाकडे पहावें. पूर्वी तीं लहानमोठीं आणि अलग दिसत होती; पण आतां तीं समान आकाराचीं, परस्परांस छेदणारीं आणि पलीकडील भिंतीवर अथवा आकाशावर उमटलेलीं अशीं महावृत्ते (Great Circles) दिसतील. त्या दोहोंपैकी एका कक्षेला क्रांतिवृत्त ह्मटलें तर दुसऱ्याला ग्रहकक्षा म्हणतां येईल. सूर्यावरून पाहणाऱ्यास सर्व ग्रहांच्या कक्षा याप्रमाणें आकाशावर उमटलेल्या परस्परांस समोरासमोरील बिंदूत छेदणाऱ्या आणि महावर्तुलाकार, दिसतात ही गाष्ट पक्की ध्यानांत ठेवावी.

(१) अस्युत्तरस्यां दिशि देवतात्मा हिमालयो नाम नगाधिराजः ।

पुर्वीपरौ तोयनिधी वगाह्य स्थितः पृथिव्या इव मानदंडः ॥

पातः—दोन पातळ्यांचा छेद रेषारूप असतो. या रेषेला **संपातरेषा** म्हणतात. पृथ्वीच्या कक्षेची पातळी सूर्यावरून पाहणाऱ्यास आकाशावर वर्तुळाकार उमटलेली दिसते, असें वर सांगितलेंच आहे. त्या वर्तुळास **क्रांतिवृत्त** म्हणतात. इतर प्रत्येक ग्रहाच्या कक्षा या क्रांतिवृत्तास समोरासमोर म्हणजे परस्परांपासून 90° अंश अंतरावर असणाऱ्या दोन बिंदूंत छेदितात. ग्रह आपल्या कक्षेत फिरत असतांना ज्या बिंदूंतून गेला असतां तो क्रांतिवृत्ताच्या उत्तर बाजूस येतो, त्या बिंदूला **उत्तरसंपात** (Ascending Node) किंवा नुसता **पात** म्हणतात. उत्तरसंपाताच्या समोर 90° अंशांवर **दक्षिणसंपात** (Descending Node) असतो. आकृतींत ग्रहांचे उत्तरसंपातबिंदु त्यांच्या कक्षांवर शरानानें दाखविले आहेत.

क्रांतिवृत्त व ग्रहकक्षा यांच्या पातळ्यांमधील कोनाला **विक्षेप** (Inclination) म्हणतात. हा कोन त्या ग्रहाच्या परमशरार्येवढा असतो. ग्रहांच्या कक्षावृत्तास आमच्या प्राचीन ग्रंथांत **विक्षेपवृत्त** असें म्हटलें आहे.

ग्रहांच्या अन्योन्याकर्षणामुळे कक्षापातबिंदु अत्यंत मंदगतीनें मार्गे सरकत जातात. (कोष्टक ६ पहा.)

नीचें—आकृतींत ग्रहांच्या कक्षा वर्तुळाकार दाखविल्या आहेत. पण वास्तविक त्या तशा नाहीत. छातांतून सूर्यकिरण भिंतीवर किंवा जमिनीवर तिरपें पडलें असतां त्याचा आकार जसा लांबट (दीर्घवर्तुळाकार) दिसतो तशा आकाराच्या त्या आहेत. (आकृति २ पहा.) ही बुधकक्षा आहे. ही दीर्घवर्तुळाकार आहे. C हा मध्य आहे. H, S. हे दोन फोकस किंवा नाभी आहेत. S या फोकसांत सूर्य आहे. A बिंदु सूर्याला अत्यंत समीप आहे म्हणून त्याला **नीच** (Perihelion) म्हणतात. B बिंदु अत्यंत दूर आहे म्हणून त्याला **उच्च** (Aphelion) म्हणतात. CH, आणि CS हीं अंतरें समान आहेत. CA, CB हीं अंतरेंही समान आहेत. त्यांस **मध्यममंदकर्ण** (Mean Distance) म्हणतात. CS/CA या अपूर्णाकाला **केंद्रच्युति** (Excentricity) म्हणतात. S या सूर्यापासून M, Q, P, इत्यादि परिधावरील कोणत्याही बिंदूपर्यंत जें सरलरेषाकार अंतर त्याला **मंदकर्ण** (Radius Vector) म्हणतात.

(आ. १ ली पहा) ग्रहांची नीचस्थानें या चिन्हानें दाखविली आहेत. ही नीचें ग्रहांच्या परस्पराकर्षणामुळे अत्यंत मंदगतीनें पुढें सरकत असतात. शुक्राचें नीच मात्र पाताप्रमाणें मार्गे सरकतें. कोष्टक ५ पहा.

(?) उच्चस्थितो व्योमचरः सुदूरे नीचस्थितः स्यान्निकटे धरिऱ्याः ।

CS/CA म्हणजे CS:CA

सि. शि. म.

ग्रहांचे भोगः—ग्रहांचीं नीचें व पात जशीं स्थिरप्राय आहेत तसेऽग्रह नाहींत. बुध जो सूर्याला समीपतम आहे तो तर दररोज ४ अंश चालतो. म्हणजे सूर्यावरून पहाणाऱ्यास त्याच्या आजच्या आणि उद्यांच्या स्थानांत मध्यममानानें ४ अंशाचा कोन दिसून येतो. (कोणक १ लें पहा.) पुढें इंद्रापर्यंत दिनगति उत्तरोत्तर कमी होत गेली आहे. याप्रमाणें सर्वग्रह सूर्याभोंवतीं सार्वकाल फिरत असतात. त्यामुळें प्रतिक्षणीं त्यांचीं स्थानें बदलत जातात. म्हणून उदाहरणार्थ उज्जयिनी येथें शके १८२० पौष वद्य २ या बुधवारी मध्यम सूर्यादयानंतर २७ घ० १४ पळें या वेळीं सूर्यावरून पहाणाऱ्यास मध्यमग्रह ज्या ज्या स्थानीं दिसत होते, तीं तीं स्थानें त्या त्या कक्षेवर बिंदू देऊन दाखविलीं आहेत. आणि ग्रहांचीं नांवां केवळ अंकांनीं सुचविलीं आहेत. जसें ३ म्हणजे पृथ्वी, ४ म्हणजे मंगळ असा संकेत केला आहे. (आकृति १ पहा.)

मध्यमगतिः—आकाशांत फेंकलेल्या दगडाची गति जशीं क्षणोक्षणीं बदलत जाते, तद्वत् ग्रहाची गति प्रतिक्षणीं निराळी असते. पण हें बदलणें नियत असतें—म्हणजे ग्रह नीचापासून उच्चाकडे जातांना ती ज्या प्रमाणानें कमी कमी होत जाते त्याच प्रमाणानें ग्रह परत नीचाकडे येत असतांना ती वाढत जाते. नीचोच्चस्थानांच्या मधोमध ग्रह आला म्हणजे त्याची गति आणि मंदकर्ण हीं मध्यम असतात. (आकृ. २ येथें M स्थानीं बुधाची दिनगति मध्यम ४.९२ अंश आणि मंदकर्ण ३८७१ आहेत.)

अशा क्रमवर्धिष्णुगतीनें चालणाऱ्या ग्रहाचें स्थान निश्चित करण्याच्या कामीं, मध्यमगतीनें चालणाऱ्या कल्पित ग्रहाचा कसा उपयोग होतो, तो प्रकार पुढें रवि-मध्य गणिताच्या उपपत्तिप्रसंगीं सांगितला जाईल. सध्यां येथें एक दृष्टांत देऊन हें प्रकरण संपवितों. शाळेमध्ये हजर मुलांची संख्या रोजची निराळी असते, म्हणून महिन्याच्या शेवटीं, रोजच्या हजर संख्येची बेरीज करून, तिला शाळा चालू असलेल्या दिनसंख्येनें भागिलें म्हणजे, रोजची सरासरीची हजरी निघते. याप्रमाणेंच ग्रहाच्या रोजच्या असमानगतीची बेरीज केली तर प्रदक्षिणेच्या अखेर-दिवशीं तिची एकंदर बेरीज बरोबर ३६० अंश भरते. म्हणून ३६० अंशास प्रदक्षिणेच्या दिवसांनीं भागिलें म्हणजे ग्रहाची रोजची सरासरी गति निघते, तिलाच मध्यमगति म्हणतात.

वेधावरून मध्यमगति ठरविणें.

मध्यमगति सूक्ष्मपणें ठरविणें जसें महत्वाचें आहे तसेंच तें विकटही आहे. या कामासाठीं वेध जितके प्राचीन असतील तितके चांगले. पण प्राचीन वेध अर्वाचीन वेधांइतके सूक्ष्म नसतात, म्हणून पुष्कळ प्रसंगीं अर्वाचीन अल्पकालांतरित पण सूक्ष्म अशा वेधांवरून मध्यमगति ठरविणें योग्य दिसतें.

पिकार्ड या फ्रेंच ज्योतिष्याने सूर्य आणि प्रश्वा* (Procyon) तारा यांचे अंतर वेधावरून काढिले. ते तारीख १ एप्रिल १६६९ इसवी रोजी पारीसचा मध्यमकाल ० अ. ३ मि. २७ सेकंद यावेळी ९९'५९' ३६" आले.

पुढे दुसरा फ्रेंच ज्योतिषी लाकेल याने इ. स. १७२५ च्या एप्रिल महिन्याच्या २ च्या आणि ३ च्या तारखेस वेध करून सूर्य आणि प्रश्वा तारा यांच्यामध्ये पूर्वोक्त अंतर पडण्याची वेळ आणिली ती पारीस येथे एप्रिल ता. २ री ११ अ. १० मि. ४५ से. आली.

या दोन वेधांमध्ये २७७५९ दि. ११ अ. ६ मि. ४८ से. इतका काल गेला. व या कालांत प्रश्वा ताऱ्याभोवती सूर्याच्या बरोबर ७६ प्रदक्षिणा झाल्या. म्हणून या कालाला ७६ नी भागिले तर एका नाक्षत्रसौरवर्षाचे मान ३६९ दि. ६ अ. ८ मि. ४७ से. येते. म्हणजे आमच्या हिंदी पद्धतीचे ३६५ दि. १५ घ. २२ प. येते.

या प्रमाणे अनेक वेध करून येणाऱ्या अनेक नाक्षत्रसौरवर्षांचे मध्यममान (Average) काढिले तर शेवटली पळे २२.९ येतात. यावरून आमच्या सूर्य-सिद्धांतातील वर्षमान ३६५ दि. १५ घ. ३९.५ प. हे सुमारे साडेआठ पळे वास्तविक मानापेक्षा अधिक आहे यांत संशय नाही.

ग्रीक ज्योतिषी हिपार्कस याने इ. स. पूर्वी १२८ व्या वर्षी वेध करून चित्रा ताऱ्याचा सायन भोग १७^२ काढिला आणि मघा ताऱ्याचा ११९'५०' काढिला. आमच्या ज्योतिर्गणिताच्या २३२व्या पृष्ठावर चित्रेचा सायन भोग २०^२ ११' आहे व मघा ताऱ्याचा १४८' ११' आहे. हे भोग ता. १ जानेवारी १८८१ या दिवसाचे आहेत. यावरून २००८ वर्षांत चित्रा ताऱ्याचा सायन भोग २८' ११' वाढला आणि मघा ताऱ्याचा २८' २१' वाढला असे झाले. या दोन संख्यांचे मध्यममान २८' १६' ही २००८ वर्षांची अयनगति (Precession of the Equinoxes) झाली. यावरून एका वर्षाची अयनगति ५०''८ विकला येते. म्हणून ग्रहलाघवकारांची वार्षिक अयनगति ६०''० विकला ही वास्तविकगतिपेक्षा ८१९ विकलांनी अधिक आहे, हे सिद्ध.

आमच्या भारतीय ज्योतिर्विद्यांवर पाश्चात्यांचा असा दोषारोप आहे की, प्राचीन खाल्डीयन, ग्रीक लोकांनी जसे आपले वेध जपून ठेविले तसे आमच्या ज्योतिष्यांनी केले नाही. आमचे ज्योतिषग्रंथ सर्वत्र सिद्ध अंकांनी भरलेले आहेत. पण ते कोणकोणाच्या व किती वर्षांच्या वेधांवरून सिद्ध केले या गोष्टीचा उल्लेख एकाही ग्रंथांत नाही. ही अत्यंत शाचनीय गोष्ट आहे. यामुळे आम्हांवर रूतभ्रतेचा आणि परस्वपहाराचा आरोप करण्यांत येतो. हा दूर करण्यास

*आमचे 'आकाशाचे नकाशे' नावाचे पुस्तक पहा.

आमच्याजवळ पुरावा नाही. ग्रहलाघवकारांचा पिता केशवदैवज्ञ हा वेधकर्ता होता. यानें मात्र आपले वेध लिहून ठेविले आहेत. ग्रहलाघवकारांनीं आपण पाहिलेल्या ख्यास सूर्यग्रहणाचा काल पुढील श्लोकांत सांगितला आहे. त्यावरून चांद्रमासाचें मध्यममान ठरविण्यास बरीच मदत होण्याजोगी आहे. तो श्लोक असा:-

शाके त्र्यब्धीद्र १४४३ तुल्ये वृषशराद् मधौ मासि बाणेंदु १५ नाडी
तुल्ये दर्शोऽश्विधिष्ये दिनकर दिवसे भानुसर्वग्रहोऽभूत् ।
तास्मिन्सर्वग्रहेऽस्तंगतमपि सकलं काव्यसप्तर्षिमुख्या-
स्तारा दृष्ट्वांधकाराकलितमिह जगत्तनु हाहा चकार ॥

बरील सूर्यग्रहणाची तारीख ७ वी एप्रिल १५२१ इ० येते.

टालेमी (इ० स० १४०) या इजिप्तदेशच्या ज्योतिर्विद्येच्यानें आपल्या अल्माजेस्त नांवाच्या ग्रंथांत बाबिलोन शहरीं खाल्डीयन लोकांच्या अमदानांत पाहिलेल्या तीन चंद्रग्रहणांचा उल्लेख केला आहे. हानसेनप्रभृति अर्वाचीन पाश्चात्य ज्योतिर्विद्येचांस चंद्राची मध्यमगति ठरविण्याच्या कामीं त्यांचा विशेष उपयोग झाला. तीं आमच्या वाचकांच्या माहितिसाठीं येथें देणें योग्य दिसतें.

अतिप्राचीन चंद्रग्रहणें.

१ लें-तारीख १९ मार्च इ० पू० ७२० वर्षे. स्पर्श सायंकाळीं ७ अ. ३० मि. ग्रहणमध्य ९ अ. ३० मि.

२ रें-तारीख ८ मार्च इ० पू० ७१९. ग्रहणमध्यकाल मध्यरात्री. ग्रस ३ अंगुलें.

३ रें-तारीख १ सप्टेंबर इ० पू० ७१९. ग्रहणमध्य रात्री ८ अ. ३० मि. ग्रस ६ अंगुलें उत्तरेकडे.

पारिसपासून बाबिलोनचें रेखांतर पूर्व २ अ. ४२ मि. आहे. ही माहिती एस् विहन्सच्या ग्रंथांत दिली आहे.

कालावधिगणित.

मागील विवेचनावरून ज्योतिःशास्त्रांत कालावधीचें महत्त्व किती आहे त्याची वाचकांस कल्पना होईल शेंकडों किंवा हजारों वर्षांनीं घडलेल्या दोन गोष्टींमध्ये घटिकापळापर्यंत सूक्ष्मकाल कळल्याशिवाय मध्यमगति ठरविणें किंवा त्यावरून केलेल्या गणिताची प्रतीति पहाणें या दोनही गोष्टी केवळ व्यर्थ आहेत.

सूर्यसिद्धांतादि प्राचीनग्रंथांत कल्पारंभापासून आजपर्यंत लोटलेले दिवस म्हणजे अहर्गण (Number of Days Elapsed) काढावयाचा असतो. त्यामुळे

त्यामध्ये बारा बारा अंक येतात. पुढे या प्रचंड संख्येवरून मध्यमगति आणितांना गणकाच्या नाकी नव येते. हा त्रास चुकविण्यासाठी ग्रहलाघवकारांनी ११ वर्षांचे म्हणजे ४०१६ दिवसांचे एक चक्र (Cycle) कल्पून इतक्या दिवसांची ध्रुवक नांवाची सूक्ष्ममध्यमगति तयार करून श्लोकरूपाने सांगितली आहे. यामुळे त्यांचा अहर्गण ४०१६ पेक्षा जास्त वाढत नाही.

आम्हीही त्यांचेच अनुकरण केले आहे; फरक इतकाच की, आमचे चक्र १९ वर्षांचे म्हणजे ६९४० दिवसांचे आहे. आमच्या केतकीग्रहगणितांत आम्ही याच चक्राचा उपयोग केला आहे. हे चक्र ग्रहलाघवकारांच्या चक्रापेक्षा जास्त सोईचे आहे. या चक्रास पाश्चात्यज्योतिषी (Metonic Cycle) म्हणतात. (प्रख्यात ज्योतिर्वेत्त्यांची त्रोटक माहिती पहा.) या अवधीत चांद्रसौरमानांचा उत्तम मेळ बसतो. आणि अधिकक्षयमासांची पुनरावृत्ति होते. क्षयमासाविषयी सांगतांना भास्कराचार्य म्हणतात:—

गतोब्ध्याद्रिनंदै ९७४ मिंते शाककाले

तिथीशौ १११५ भविष्यत्तथांगाक्षसूर्यैः १२५६ ।

गजाद्रचमिभूमि १३७८ स्तथा प्रायशोऽयं

कुवेदेंदु १४१ वर्षैः कचिद् गोकु १९ भिश्च ॥

सि. शि. म.

दुसरा विशेष असा आहे की, या चक्रांच्या पहिल्या १८ वर्षांत ग्रहणांचे चक्र (Saros) पूर्ण होते. म्हणजे चक्राच्या प्रथमवर्षी जी ग्रहणे येतात तीच म्हणजे तितक्याच भासाची ग्रहणे १९ व्या वर्षी घडतात. सूर्यचंद्रांच्या मंदफलाच्या अन्यत्वामुळे स्पर्शादि कालांत मात्र फेर पडतो.

अहर्गण.

एकोणीस वर्षांचे १ चक्र मानिले असल्यामुळे शके १८०० पासून इष्ट वर्षाच्या आरंभापर्यंत गेलेल्या वर्षसंख्येला १९ नी भागिले तर भागाकाराइतकी गतचक्रे होतात. बाकी राहिलेली वर्षे चालू चक्राची असतात. म्हणून त्यांस १२ नी गुणिले म्हणजे महिने येतात. ते सौरमास असतात. पण आमचा व्यवहार चांद्रमासांवर चालला असतो, म्हणून या सौरमासांचे चांद्रमास केले पाहिजेत.

१९ वर्षांत २२८ सौरमास आणि २३५ चांद्रमास पडतात. म्हणजे ७ चांद्रमास अधिक पडतात. म्हणून ७ चांद्रमास अधिक येण्यास जर २२८ सौरमास लागतात तर १ अधिक मास येण्यास किती? या त्रैशिकाने ३२.६ महिन्यांनी किंवा

(१) बंगाल, तामिळ, मल्याळ इत्यादि काही देशांत सौरमासाप्रमाणे व्यवहार चालता.

भागाकाराच्या सोयीसाठी ३३ सौरमासांनी एक अधिकमास पडतो. यास्तव अधिकमास आणण्यासाठी सौरमासांस ३३ नीं भागावें असें सांगितलें आहे.

आमच्या गणिताचा प्रारंभ शके १८०० या वर्षीं होतो. पण शके १७९९ या वर्षीं ज्येष्ठ महिना अधिक पडला होता. म्हणजे अधिक मासाच्या चक्राचा आरंभ १० महिन्यांपूर्वीच झाला होता; म्हणून चालू चक्रांतील अधिकमास आणतांना हे १० सौरमास जमेस धरिले पाहिजेत.

याप्रमाणें अधिकमास आणून ते सौरमासांत मिळविले म्हणजे चांद्रमास होतात. त्यांस ३० नीं गुणून गुणाकारांत चालू महिन्याच्या आरंभापासून गेलेल्या तिथि मिळविल्या तर चालू चक्रारंभापासून एकंदर गततिथि येतात. या तिथींचे दिवस केले पाहिजेत. म्हणून या दोहोंमध्ये काय संबंध असतो तो काढिला पाहिजे

एका सौरवर्षाचा अहर्गण ३६५.२५६३७४४ इ० आहे. यावरून १९ वर्षांचा ६९३९.८७१११ होतो. यांत किंचित न्यून आहे, तें पूर्ण करून ६९४० पूर्ण दिवस मानण्यास हरकत नाही. एकोणांस वर्षांत २३५ चांद्रमास किंवा ७०५० तिथि पडतात असें वर सांगितलें आहे. म्हणून ७०५० तिथि ६९४० दिवसांबरोबर असतात अथवा भागाकाराच्या सोईसाठी ६४ तिथि ६३ दिवसांबरोबर असतात असें म्हणतां येईल. म्हणून गततिथि आपल्या ६४ व्या हिशानें कमी केल्या म्हणजे अहर्गण होतो असें सांगितलें आहे.

आतां वर्षगणास ६० नीं भागून येणाऱ्या तिथि गततिथींतून वजा कराव्या असें जें सांगितलें आहे त्याचें कारण सांगतों. एका चांद्रमासांत दिवस २९.५३०५८७९ इ० असतात. म्हणून २३५ चांद्रमासांचे दिवस ६९३९.६८८१५६९ झाले. एका चक्राचा अहर्गण ६९४० मानिला असल्यामुळें दर एक चक्रांत दिवस ०.३११८४ जास्त धरिले जातात ते कमी केले पाहिजेत.

दि. ०.३११८४ आपल्या ६३ व्या हिशानें वाढविला म्हणजे तो तिथिरूप ०.३१६७९ होतो. याला ६० नीं गुणिलें म्हणजे घटिका १९.००७४ येतात. यावरून १९ वर्षांत १९ घटिका म्हणजे ६० वर्षांत १ तिथि जास्त धरिली जाते, असें झालें म्हणून जास्त धरलेल्या तिथि कमी करण्यासाठी वर्षगणास ६० नीं भागून येणाऱ्या तिथि तिथिगणांतून वजा कराव्या असें सांगितलें आहे.

वारज्ञानः—चक्राहर्गणांत ६९४० वारांचे ९९१ फेरे होऊन बाकी ३ वार राहतात. गणितारंभी बुधवार म्हणजे चौथा वार आहे. म्हणून अहर्गणांत चक्राची तिप्पट आणि ४ या संख्या मिळवून बेरिजेस ७ नीं भागून येणाऱ्या बाकीवरून वारनिर्णय करावा असें सांगितलें आहे.

इंग्रजी तारिखेवरून अहर्गणानयनः—

या गणिताची उपपत्ति उघड आहे. यांत जे ९२ दिवस ऋण क्षेपक आहेत ते इ० स० १८७८ च्या प्रारंभापासून शके १८०० च्या प्रारंभापर्यंत (ता. ० जानेवारी पासून ता० ३ एप्रिल पर्यंत) गेलेले दिवस आहेत. पुढे जे ३ संस्कार सांगितले आहेत ते पोप ग्रेगोरीच्या नव्या पद्धती (New Style) प्रमाणे अधिक दिवसांची गणती करण्यासाठी आहेत.

प्रागहर्गणगणितः—शके १८०० च्या मागील कालांतील अहर्गण आणण्याच्या रीतीची उपपत्ति सहज कळण्यासारखी आहे. सौरमासांत १० बदल १८ मिळविण्याचें कारण असें आहे कीं, शके १८०० नंतर १८ महिन्यांनीं म्हणजे शके १८०१ या वर्षी पहिला अधिकमास आश्विन पडला होता. म्हणून मागचें गणित करितांना हे महिने हिशेबांत धरिले पाहिजेत.

मध्यमभोगानयनः—

जर $E =$ क्षेपक = शके १८०० च्या प्रारंभी स्थिति.

$n =$ मध्यम दिनगति.

$t =$ अखंडाहर्गण = शके १८०० च्या प्रारंभापासून इच्छिलेल्या दिवसापर्यंत एकंदर दिवस.

$x =$ इच्छिल्या दिवशीं स्थिति किंवा मध्यमभोग.

तर $x = E + nt$ हें उघड आहे.

येथें $t =$ अखंडाहर्गण असें मानिलें आहे. पण गणिताच्या सोईसाठीं त्यापैकीं ६९४० दिवस = १ चक्र = c . आणि शेष दिवसाबरोबर d असें मानिलें आहे.

म्हणून $t = 6940c + d$

$nt = 6940nc + nd$

पण $x = E + nt$

$\therefore = E + 6940nc + nd$

म्हणजे,

✓ मध्यमभोग = क्षेपक + चक्रादिनगति + शेषाहर्गणगति.

रविमध्यगणित.

युरोपखंडांत टालेमीपासून कोपर्निकसपर्यंत (इ. स. १४०-१५४०) चौदाशें वर्षे ज्योतिःशास्त्र निद्रावस्थेंत होतें. आमच्या देशांत जसा सूर्यासिद्धांत तसा युरोपांत टालेमीचा अल्माजेस्त मानेला जात असे. पण १६ व्या शतकांत युरोपखंडांत जेव्हां ग्रहांचे सूक्ष्मवेध होऊं लागले तेव्हां टालेमीच्या

ग्रंथावरून केलेल्या गणितांत आणि वेधांत असलेले महदंतर पाहून युरोपियन ज्योतिषी आश्चर्यचकित झाले. आणि असें कां होत असेल याविषयी चौहोंकडे ऊहापोह सुरू झाला.

शेवटीं केप्लर (इ. स. १५७१-१६३०) या जर्मन ज्योतिष्यानें आपला गुरु जो टैकोब्रोहॅ त्याचे वेध व आपण स्वतां घेतलेले वेध यांच्या साहाय्यानें मंगळ-कक्षेची आकृति काढून पाहिली. ती वर्तुलाकार न येतां अंडाकृति निवाली. या प्रमाणें बुधाच्या कक्षेची आकृतिही अंडाकार निवाली. म्हणून अंडाकृतीशीं निकट साम्य पावणारें जें दीर्घवर्तुल त्यासारख्या सर्वग्रहांच्या कक्षा असून त्यांच्या एका फोकसांत सूर्य असावा असें अनुमान करून या अनुमानाप्रमाणें गणित करून पहातां वेध आणि गणित यांत उत्तम मेळ वस् लागला. याप्रमाणें त्यानें १८ वर्षे श्रम करून ग्रहगतीच्या संबंधांनें पुढें सांगितलेले तीन महत्वाचे नियम इ. स. १६१८ यावर्षीं शोधून काढिले. ते त्याच्या नांवांनें (Kepler's Laws) प्रसिद्ध आहेत.

१ ला नियम: - सर्व ग्रहांच्या कक्षा दीर्घवर्तुलाकार आहेत. आणि त्या कक्षांच्या एका नाभींत (Focus) सूर्य असतो.

२ रा नियम: - ग्रह सूर्याभोवतीं फिरत असतां त्याचे मंदकर्ण सारख्या कालांत सारख्या क्षेत्रावरून जातात.

३ रा नियम: - ग्रहाच्या प्रदक्षिणाकालाचे वर्ग, त्यांच्या सूर्यापासून मध्यमांतराच्या घनाच्या प्रमाणांत असतात.

या तीन नियमांत ग्रहगतीचें सर्व रहस्य आलें आहे. पण असे साधे नियम तरी कां असावेत! हे नियम याहीपेक्षां जास्त साध्या नैसर्गिक नियमांचे परिणाम नसतील कशावरून? असतील तर तो साधा नैसर्गिक नियम कोणता असावा! अशी पुन्हां युरोपियन ज्योतिर्विद्यांत तळमळ झुळू झाली.

या परम रहस्याचा शोध लावण्याचें यश इंग्लंड देशातील प्रसिद्ध तत्वज्ञानी न्यूटन यानें इ. स. १६८५ यावर्षीं संपादिलें. आकाशस्थ सर्व जड पदार्थ परस्परांस ओढतात. ही गोष्ट फार प्राचीन कालापासून माहीत होती पण या आकर्षणाचा नियम न्यूटनच्या पूर्वी कोणासही माहीत नव्हता. तो यानेंच प्रथम शोधून काढला. तो असा आहे कीं, गुरुत्वाकर्षण आकर्षक पदार्थांच्या प्रकृत्यशाच्या (द्रव्याचा) सरळ प्रमाणांत आणि आकृष्ट व आकर्षक

(?) Tycho Brahe' laissa a' Kepler sa collection d'observations Astronomiques, qui survirent a' ce dernier. avec les siennes, pour decouvrir les trois lois dites Lois de Kepler.

प्रदार्थामधील अंतराच्या वर्गाच्या व्युत्क्रम प्रमाणांत असतें. द्रव्याच्यां या एका अत्यंत साध्या धर्मांपासून केप्लरचे तीनही ग्रहगतिनियम सिद्ध होतात. व चंद्राच्या सर्वसंस्कारांची व भरती ओहोटीची उपपत्ति लागते असें त्यानें आपल्या पिन्सिपिया नांवाच्या ग्रंथांत उत्तम रीतीनें सिद्ध करून दाखविलें आहे.

केप्लरच्या ३ व्या नियमाची परीक्षा:—हा नियम खरा असेल तर ध्रुवांकाच्या-शेवटी (पान ८१) दिलेल्या ग्रहांच्या प्रदक्षिणाकाळाच्या दिनसंख्येच्या वर्गास त्यांच्या मंदकर्णाच्या घनानें भागिलें तर सर्व भागाकार समान आले पाहिजेत. ते तसे येतात हें खालील अंकांवरून पटेल.

बुध	१३३४४१	गुरु	१३३२९४
शुक्र	१३३४१३	शनि	१३३४०१
पृथ्वी	१३३४०८	वरुण	१३३४२२
मंगळ	१३३४१०	इंद्र	१३३४०५

हालेचा धूमकेतु, १३३४५५

वरील अंकावरून केप्लरच्या तिसऱ्या नियमाच्या सत्यतेबद्दल पूर्ण खात्री होते. त्यामध्ये जी क्षुल्लुक तफावत दिसते ती देखील आकर्षणशास्त्राच्याच नियमानुसार आहे. तो नियम असा आहे की, वरील अंकास सूर्य आणि ग्रह यांच्या प्रकृत्यशाच्या बेरिजेच्या गुणोत्तरानें गुणिलें तरच समीकरण पूर्ण होतें. उदाहरणार्थ गुरुचा प्रकृत्यंश $१ \div १०४७$ आहे अथवा सुमारे एक सहस्रांश आहे. म्हणून वरील नियमाप्रमाणें $१३३२९४ \times १.००१ \div १ = १३३४२७$ हें गुरुचें प्रमाण केप्लरच्या नियमाच्या पुरवणीप्रमाणें सिद्ध झालें. पुरवणीसह केप्लरचा नियम खाली लिहिल्या-प्रमाणें असला पाहिजे.

$$\frac{a_{1,2}^3}{a_{3,2}^3} = \frac{P_{1,2}^2}{P_{3,2}^2} \times \frac{M_{1,2}}{M_{3,2}}; \text{ Moulton's Celestial Mechanics.}$$

या समीकरणांत a , P , आणि M हीं अनुक्रमें ग्रहांचें अंतर, प्रदक्षिणाकाल आणि प्रकृत्यशाची बेरीज आहेत आणि $_{1,2,3}$ हे तलस्थ अंक अनुक्रमें १ ला ग्रह सूर्य आणि २ रा ग्रह यांचें दर्शक आहेत. $a_{1,2}$ म्हणजे १ ला ग्रह आणि सूर्य याचें

(२) आकृष्टशक्तिश्च मही तथा यत्स्वस्थं गुरु स्वामिमुखं स्वशक्त्या ।

आकृष्यते तत्पतनीव भानी समं समंतात्कपतत्वियं खे ॥ पान १०३ - सि. शि. म.

अट्टश्यरूपाः कालस्य मृतयो भगणाश्रिताः ।

शीघ्रमंदोच्चपाताख्या भ्रष्टाणां गतिहेतवः ॥

तद्गतारम्भिभिर्बद्धास्तैः सव्यतरपाणिभिः ।

प्राक्ष्यश्चाद्वकृष्यते यथासत्त्वं स्वादिङ्मुखम् ॥ - सूर्यसिद्धांत.

(३) प्राचीन मताप्रमाणें ग्रह पृथ्वीभोवतीं फिरत नाहीत. तर ते सूर्याभोवतीं फिरतात ही गोष्ट देखील वरील अंकावरून सिद्ध होते.

अंतर; $P_{1,2}$ म्हणजे १ ल्या ग्रहाचा सूर्याभोवती प्रदक्षिणाकाल आणि $M_{1,2}$ म्हणजे १ ला ग्रह आणि सूर्य यांच्या प्रकृत्यशांची बेरीज. याप्रमाणेच छेदपदाचा अर्थ समजावा.

यापुढे रविमध्यगणिताची आम्ही जी उपपत्ति देणार आहो तीचा आधार म्हटला म्हणजे केप्लरचे पहिले दोन नियम. या नियमांची उपपत्ति सांगणे गोल-द्वय पश्चाचा विषय आहे. म्हणून ते काम सध्या बाजूस ठेविले पाहिजे. या नियमानुसारं गणित केले तर गणित आणि वेध यांमध्ये उत्तम मेळ दिसून येतो. सधः हीच या दोन नियमांची उपपत्ति आहे असे समजावे. ज्यास या भागाच्या पूर्व-पीठिकेत सांगितलेले सहा विषय चांगले अवगत असतील त्यांनी वर सांगितलेला दिव्य शिल्पावरील ग्रंथ पहावा. त्यांत पान (७६) येथे वरील तीनही नियमांचे उपपादन केले आहे.

रविमध्यगणिताचे प्रदर्शन.

ग्रहगणितपद्धतीत ग्रहांचे रविमध्यगणित कसे करावे ते न्यास २ यांत दाखविले आहे. पण न्यासांत नुसते अंक मांडून दाखविले असतात. अंकांनी दाखविलेल्या गोष्टींची स्थाने, आकार आणि परिमाणे यांचे चित्र आरुतीशिवाय वाचकांच्या डोळ्यापुढे उभे रहात नाही. आणि या चित्राचा ठसा मनावर उमटल्याशिवाय गणिताचे निरनिराळे प्रकार, त्यांची अवश्यकता, धनर्णत्व, परमालपता, परमाधिक्य, इत्यादि औपपत्तिक गोष्टींविषयी निःसंशय ज्ञान होत नाही. म्हणून बुधाचे उदाहरण घेऊन त्याचे चित्र काढून दाखवितो.

(आकृति २ री पहा.) मागे नीचोपत्तिकथनांत पान (९६) येथे बुधकक्षेचे नीचोच्चादि अवयव अक्षरांनी दाखविले आहेत. येथे तेच अंकांनी दाखविले आहेत. प्रथम $CS = २०.५६$ इतकी केंद्रच्युति घेऊन AMBR हे दीर्घवर्तुल काढले. नंतर CS रेष दोहोंकडे वाढवून A, B ही नीचोच्च स्थाने ठरविली. नीचभोग ५३° आहे म्हणून ASR हा कोन ५३° चा करून SR ही सूर्यावरून दिसणारी रेवती नक्षत्राची दिशा ठरविली. म्हणून R हा बिंदु बुधकक्षेवरील भोग मोजण्याचे आरंभस्थान झाले. बुधकक्षेचा उत्तरसंपात २५ अंशावर आहे. म्हणून $\angle RSN = 25^{\circ}$ करून N हे उत्तरसंपातस्थान ठरविले. त्याचप्रमाणे $\angle RSA + \angle ASQ = 184^{\circ}$ कोन करून मध्यम बुधस्थान Q, आणि मंदफल धन आहे म्हणून $\angle QSP = 15^{\circ}$ कोन करून रविमध्यबुधाचे स्थान P, ही ठरविली.

दीर्घवर्तुल काढतेवेळी आम्ही CA = १ आणि CS = २०.५६ अशीं माने घेतली आहेत. म्हणून CA = ३८७१ मानिले तर, आणि आकृति बिनचूक

काढिली असेल तर $SA = .३०७५$, $SP = .४४६५$ आणि $SB = .४६६७$ हीं मंदकर्णांचीं मापें असलीं च पाहिजेत. $\angle ACM = ९^{\circ}$ आहे म्हणून दीर्घवर्तुल-धर्मान्वये $SM = .३८७१ =$ मध्यममंदकर्ण आहे.

NSV ही संपातरेषा कागदाच्या पातळीत आहे. NLV हा कक्षेचा भाग कागदापासून वर आहे आणि VBN हा भाग कागदाच्या खाली आहे असें समजावें.

बुधाचा उत्तर संपात २५ अंशावर दाखविला आहे. येथें बुध आला म्हणजे तो क्रांतिवृत्तांत असतो म्हणून त्याचा शर शून्य असतो. येथून पुढें त्याचा भोग ११५ अंश होईपर्यंत त्याचा उत्तरशर वाढत जातो आणि L या स्थानी उत्तरशर परम (Maximum) म्हणजे ७ अंश होतो. येथून त्याचा उत्तरशर कमी कमी होत जातो. आणि तो २०५ अंशावर आला म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील दक्षिण संपातांत येतो. म्हणून येथें त्याचा शर दुसऱ्यानें शून्य होतो. येथून पुढें दक्षिण शरास प्रारंभ होतो. आणि तो ११५ अंशाच्या समोर, म्हणजे २९५ अंशावर आला म्हणजे त्याचा दक्षिण शर परम म्हणजे ७ अंश होतो. येथून N येथें येईपर्यंत त्याचा दक्षिण शर कमी होत जाऊन तो N येथें आला म्हणजे पुनः शून्य होतो. याप्रमाणें पुनः पुनः होत असतें.

रविमध्यशर.

(आकृति ३ री.) दोन सभ्रानव्यासांचीं तारेचीं वतुळ करून त्यांच्या पातळ्यांमध्ये इष्ट विक्षेपकोन होईल अशारीतीनें तीं परस्परंशीं बांधावीं, म्हणजे समोरासमोर दोन संपात उत्पन्न होतील. या दोन संपातबिंदूंम सांभून एक बारीक सळई बांधावी आणि तिला संपातरेषा म्हणावें. नंतर सळईचीं दोनही टोके आपणांस एके ठिकाणीं दिसतील अशी ती सळई धरावी. म्हणजे सळईचा रोंख आपल्या एका डोळ्याकडे करावा. म्हणजे तीं दोन वृत्ते आकृति ३ येथें दाखविल्याप्रमाणें रेषाकार दिसतील. आणि दोनही संपात N बिंदूंत येतील.

या स्थितीत ANB रेषेस क्रांतिवृत्त म्हणावें आणि C_3ND_3 रेषेस कक्षावृत्त म्हणावें. आणि N यास उत्तरसंपात म्हणावें.

या स्थितीत खरोखर वर्तुलाकार कक्षामार्गानें फिरणारा ग्रह C_3ND_3 या रेषेत C_3 पासून D_3 पर्यंत N बिंदूच्या पुढें व मार्गें लंबकाप्रमाणें हेलकावत आहे असें दिसेल. अर्थात् $ND_3 = NC_3 = १$ मानिलें तर $ND_1, ND_2, ND_3, NC_1, NC_2, NC_3$, या रेषा त्या न्या स्थानच्या पातोनग्रहाच्या भुज्या आहेत. आणि त्या त्या स्थानापासून D_1E_1, D_2E_2 , इत्यादि रेषा ANB रेषेवर लंब

काढिल्या असल्यामुळे त्या, त्या त्या स्थानच्या शरज्या आहेत. सर्व त्रिकोण सरूप (Similar) आहेत. आणि D_3NE_3 हा कोन सर्व त्रिकोणास साधारण असून तो परमशर म्हणजे विक्षेपायेवढा आहे.

सरूपात्रिकोणाच्या धर्माप्रमाणें खालील प्रमाणयुगुलें उत्पन्न होतात.

	ND_3	:	D_3E_3	::	ND_1	:	D_1E_1 ,
म्हणजे	त्रिज्या	:	विक्षेपज्या	::	पातोनग्रहज्या	:	शरज्या,
	१	:	विक्षेपज्या	::	पातोनग्रहज्या	:	शरज्या,
	म्हणून		विक्षेपज्या	×	पातोनग्रहज्या	=	शरज्या.

हें रविमध्यग्रहाचा शर आणण्याचें समीकरण सिद्ध झालें. पान ७८ वरील ९ व्या कोष्टकाचे ध्रुवांक पहा. ग्रहांच्या परस्परांकार्षणामुळें त्यांचे विक्षेप हळू हळू कमी किंवा जास्ती होत असतात. म्हणून शेकडों वर्षांचे पुढील किंवा मागील ग्रहशर आणिताना त्यांच्या तात्कालिक विक्षेपाचें मान समजावें लागतें. हा शतवार्षिक फरक ध्रुवांकांत + ६".३ t इत्यादि अंकांनीं दर्शविला आहे.

उदाहरण:—पातोनबुध ३० अंश आहे तर त्याचा शर केवढा असेल ? बुधविक्षेप ४२०'.२, याची ज्या १२१८७ आणि ३० अंशांची ज्या ५०००० यांचा गुणाकार ०.६०९३५ ही शरज्या झाली. याचा कंस २०९'.६ हा शर झाला. इतर ग्रहांचे विक्षेप अल्प आहेत, म्हणून विक्षेपज्येवद्दल विक्षेपचाप (कंस) वेतला तरी चालतें.

२३ व्या कोष्टकांतील सायन सूर्यावरून त्याची क्रांति आणण्याच्या रीतीची उपपत्ति पूर्णपणें अशीच आहे. तेथें सायन सूर्य म्हणजे क्रांतिपातोनसूर्य समजावा. म्हणून:—

$$\text{परमक्रांतिज्या} \times \text{सायनसूर्यज्या} = \text{सूर्यक्रांतिज्या.}$$

परिणति.

शरगणिताची उपपत्ति समजून घेण्यासाठी जी सामुग्री तयार केली आहे ती घेऊन सज्ज आपल्या डोळ्यासमोर आडवी धरावी. अशी की, त्यापैकी एका वर्तुळाची पातळी आपल्या दृष्टिरेषेवर लंब होईल. ज्या वर्तुळाची पातळी दृष्टिरेषेवर लंब आहे ते वर्तुळ वर्तुलाकार दिसेल पण दुसरें वर्तुळ दीर्घवर्तुलाकार दिसेल. त्यापैकी पूर्ण वर्तुलास क्रांतिवृत्त म्हणावें आणि दीर्घवर्तुलास ग्रहकक्षा म्हणावें.

(आकृति ४ थी.) ABCD हें क्रांतिवृत्त आहे. APOC ही दार्धवर्तुलाकार ग्रहकक्षा म्हणजे विक्षेपवृत्त आहे. AC ही संपातरेषा, P हें विक्षेपवृत्तावरील ग्रहाचें स्थान, आणि DAO हा गोलीय विक्षेपकोन आहे, असें समजावें.

(१) पुढील विवरणांत लाघवासाठी भुजज्या शब्दाबद्दल ज्या हा शब्द वापरला आहे.

AC व्यासावर लंब अशी E मध्यांतून EOD त्रिज्या काढ. P बिंदूतून EOD रेषेशी मनांतर अशी KPG रेषा काढ. EP सांधून EPQL ही रेषा काढ. आणि G बिंदूतून EL रेषेवर GQ लंब कर.

प्रक्षेपविधीच्या (Projection) धर्माप्रमाणे पहातां DAO हा विक्षेपकोन शून्य असता तर APOC दीर्घवर्तुलार्ध AGDC वर्तुलार्धाशीं एकरूप झालें असतें. आणि P बिंदु G बिंदूवर पडला असता. म्हणजे G हें त्याचें क्रांतिवृत्तावरचें स्थान झालें असतें. आणि AP कंस AG कंसायेवढा झाला असता.

पण विक्षेपामुळें G हें स्थान P पर्यंत AC व्यासाकडे मार्गें हटलें. आतां E आणि P बिंदूतून जाणारी अशी एक पातळी ADC या क्रांतिवृत्ताच्या पातळीवर लंब (Perpendicular) केली तर, म्हणजे EPL रेषा काढली तर P बिंदूचें (ग्रहाचें) L हें क्रांतिवृत्ताच्या परिघावर परिणत केलेलें (Reduced) स्थान होईल. P ग्रह क्रांतिवृत्तांत फिरता तर तो G स्थानीं दिसला असता. पण तो आपल्या विक्षेपवृत्तांत फिरत असल्यामुळें L हें त्याचें क्रांतिवृत्तावर परिणत झालेलें स्थान आहे. LP ही तेथील शराची उत्क्रमज्या ($LE = १$ मानून) आहे.

सारांश ALG हा कंस आणि GAP हा गोलीयकोन, हे दिले तर त्यावरून GL हा कंस किंवा GQ ही त्याची भुजज्या ठरविणें हा या प्रकरणाचा मुख्य विषय आहे. ALG कंस A संपातापासून मोजलेला विक्षेपवृत्तावरील ग्रहाचा भोग आहे. आणि AL कंस त्याच ग्रहाचा क्रांतिवृत्तावर परिणत केलेला भोग आहे. या दोहोंचें अंतर जो LG कंस त्यालाच **परिणति** संस्कार म्हणतात.

दीर्घवर्तुलाच्या धर्माप्रमाणें:--

$$ED : OD :: KG : PG = \frac{OD \cdot KG}{ED} \dots (१)$$

PEK आणि PGQ हे सरूप त्रिकोण आहेत म्हणून:--

$$PE : EK :: PG : GQ = \frac{EK \cdot PG}{PE} \dots (२)$$

समीकरण (२) यांत समीकरण (१) यांतील PG ची किंमत मांडली तर समीकरण (२) उत्पन्न होतें.

$$GQ = \frac{EK \cdot OD \cdot KG}{ED \cdot PE} \dots \dots \dots (३)$$

यांत GQ = परिणतिज्या.

EK = पातोनग्रहकोटिज्या.

OD = विक्षेपोत्क्रमज्या = (१ - कोटिज्या)

KG = पातोनग्रहज्या.

ED = त्रिज्या = १.

PE = शरकोटिज्या = १ सुमारे. विक्षेप अल्प असतात म्हणून.

आणि त्रिकोणमितीप्रमाणे एकाच कंसाची भुजज्या आणि कोटिज्या यांचा गुणाकार त्या कंसाच्या दुप्पटकंसाच्या भुजज्येच्या अर्धपट असतो.^१

या किमती समीकरण (३) यांत ठेविल्या तर परिणतिज्येचें समीकरण सिद्ध होतें. जसें:—

$$\begin{aligned} \text{परिणतिज्या} &= \text{पातोनग्रहकोटिज्या} \times \text{विक्षेपोत्क्रमज्या} \times \text{पातोनग्रहज्या.} \\ &= \frac{१}{२} \text{विक्षेपोत्क्रमज्या} \times २ \text{पातोनग्रहज्या.} \end{aligned}$$

आरुति ४ थी वरून स्पष्ट दिसतें कीं, प्रथम व तृतीय पर्दी पातोनग्रह असतां हा परिणतिसंस्कार ऋण असतो. इतरपर्दी असतां धन असतो. म्हणून,

$$\text{परिणतिज्या} = - \frac{१}{२} \text{विक्षेपोत्क्रमज्या} \times \text{द्विगुणपातोनग्रहज्या.}$$

उदाहरण:— बुधाचा विक्षेप ७ अंश, याची कोटिज्या $\cdot ९९२५५$, उत्क्रमज्या $१ - \cdot ९९२५५ = \cdot ००७४५$, याचा कंस $२५ \cdot ४$ कला, याचें अर्ध $१२ \cdot ७$, म्हणून बुधकक्षापरिणति = $- १२ \cdot ७ \sin 2 \text{ } \alpha$. याप्रमाणें इतर ग्रहांची परिणतिसूत्रें आणिलीं आहेत. (पान ७८ पहा.)

टीप:—वरील सूत्रावरून दिसतें कीं, A आणि U या दोन संपात स्थानीं आणि O आणि त्याच्या समोरच्या परमशरस्थानीं द्विगुणपातोनग्रहज्या शून्य असते. म्हणून या ४ जागीं हा संस्कार ० असतो.

ग्रहांचें सूर्याभोंवतीं फिरणें.

(Kepler's Problem.)

या प्रकरणाला केप्लरचा प्रश्न म्हणतात. परमाणुगणितांतील लार्थॉजच्या सिद्धांताचें साहाय्य घेतल्याशिवाय मंदफलाची सूक्ष्मश्रेणी (ज्यो. ग. पान २१७)

- (१) च्यापयोरिष्टयोर्दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यका हते ।
त्रिज्याभक्ते तयोरैक्यं स्याच्चापैक्यस्य दोर्ज्यका ॥
चापांतरस्य जीवा स्यात्तयोरंतर संमिता ।

— भास्कराचार्य.

याच अर्थाचा त्रिकोणमितीतील फार्मुला खालीं देतो.

$$\sin (A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B.$$

यांत $A = B$ असेल तर,

$$\begin{aligned} \sin 2 A &= \sin A \cos A + \cos A \sin A, \\ &= 2 \sin A \cos A. \end{aligned}$$

म्हणून $\frac{१}{२} \sin 2 A = \sin A \cos A.$

पहा.) उत्पन्न करितां येत नाहीं. पण या सिद्धांतापर्यंत ज्यांची मजल पोंचली आहे असे वाचक फारच कमी. म्हणून भूमिति, शंकुच्छिन्न आणि त्रिकोणमिति या तीन आधारांवरच आम्हीं पुढील उपपत्ति रचली आहे.

गणितशास्त्रकोविद् गणितसौकर्यासाठीं स्वल्पांतराचीं उपेक्षा करित असतात. म्हणजे:--

(१) कोन अल्प असेल तर त्याचा कंस, भुजज्या आणि स्पर्शरेषा यांचा अभेद मानणें म्हणजे ही तीनही मानें समान समजणें.

(२) लहान कोनाची कोटिज्या त्रिज्यासमान म्हणजे एक मानणें आणि,

(३) द्विपदसिद्धांताप्रमाणें श्रेढी उत्पन्न करून तिचीं पहिलीं दोनच पदें जमेश करून बाकीच्या पदांची उपेक्षा करणें.

या गोष्टी त्यांस संमत असतात, म्हणून पुढील उपपादनांत आम्हींही हेच उपाय योजिले आहेत.

व्याख्या—दीर्घवर्तुलाच्या मोठ्या व्यासावर काढलेल्या वर्तुळास सहकारी वर्तुल (Auxiliary Circle) म्हणतात.

(आकृति ५ वी पहा.) येथें AB व्यासावर ALQB ही एक दीर्घवर्तुलाकार ग्रहकक्षा आहे. आणि AOPBW हें त्याच व्यासावर एक सहकारीवर्तुल आहे. C हा त्याचा मध्यबिंदु आहे. S, H हे फोकस आहेत आणि A, B हे अनुक्रमें नीच आणि उच्च बिंदु आहेत.

असें समजा कीं O हा कल्पित मध्यग्रह C मध्याभोंवतीं CO त्रिज्येनें सारख्या वेळेंत सारखीं क्षेत्रें करित (कापीत) सहकारी वर्तुलांत फिरतो. P हा दुसरा कल्पित ग्रह S या बिंदूभोंवतीं SP रेषेनें सारख्या वेळेंत सारखीं क्षेत्रें कापीत सहकारी वर्तुलांतच फिरतो. आणि Q हा तिसरा खरा ग्रह S या सूर्यभोंवतीं SQ रेषेनें केप्लरच्या नियमाप्रमाणें सारख्या वेळेंत सारखीं क्षेत्रें कापीत ALQB या दीर्घवर्तुलाकार कक्षेंत फिरतो. या तीनही ग्रहांचे प्रदक्षिणाकाल समान आहेत.

A, B हे बिंदु सहकारीवर्तुलास आणि दीर्घवर्तुलास साधारण आहेत. आणि AB रेषेनें त्यांचे दोन समान भाग होतात. CK, MP रेषा AB वर लंब आहेत.

(१)

$$\left. \begin{aligned} \sin a &= a - \frac{a^3}{6} \dots\dots \\ \cos a &= 1 - \frac{a^2}{2} \dots\dots \\ \tan a &= a + \frac{a^3}{3} \dots\dots \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{या सूत्रांत } a \text{ वराच लहान कंस किंवा अपू-} \\ &\text{र्णांक असेल तर त्याचे वर्ग, घन आदिकरून} \\ &\text{घात तितक्याच प्रमाणानें लहान होत जातात} \\ &\text{म्हणून ते उपेक्षणीय होतात. जसें जर } a = \\ &\text{.०१ \text{ तर, } a^2 = .०००१, a^3 = .०००००१.} \end{aligned}$$

असें समजूं कीं, हे तीनही ग्रह शर्यतीच्या घोड्यांप्रमाणें A या नीचबिंदूपासून एकाच क्षणीं निघाले. नंतर कांहीं कालावधीत (समजा १०० दिवसांत) P ग्रह S भोंवतीं ASP क्षेत्र कापून P स्थानीं आला. तर O ग्रह त्याच अवधीत P स्थानीं येणार (येऊं शकणार) नाहीं. येईल तर तो C मध्याभोंवतीं ACP क्षेत्र चालला असें होईल. पण ACP क्षेत्र, ASP क्षेत्रापेक्षा, PCS त्रिकोणाच्या क्षेत्रानें मोठें आहे. म्हणून O यानें आपला समान क्षेत्र चालण्याचा नियम पाळण्यासाठीं P च्या मागें O या स्थानीं असलें पाहिजे, असें कीं, ACO क्षेत्र, ASP क्षेत्राशीं समान होईल. यास्तव ACO क्षेत्र, ASP क्षेत्राबरोबर आहे असें मानून ACP आणि ACO या कोनांचा संबंध आपण काढूं.

लाघवासाठीं केलेल्या पुढील संज्ञा ध्यानांत ठेवाव्या.

$$\angle ACO = \text{मध्यमकेंद्र} = nt = \text{Mean Anomaly.}$$

$$\angle ACP = \text{च्युतकेंद्र} = u = \text{Excentric Anomaly}$$

$$\angle PCQ = \text{परिणाति} = \beta = \text{Reduction.}$$

$$\angle ASQ = \text{स्पष्टकेंद्र} = \theta = \text{True Anomaly.}$$

$$CS/CP = \text{केंद्रच्युति} = e = \text{Excentricity.}$$

$$AC = \text{मध्यमांतर} = a = \text{Mean Distance.}$$

$$QS = \text{मंदकर्ण} = r = \text{Radius Vector.}$$

$$\angle CQS = \text{मध्यगत कोन} = y = \text{Intermediate Angle.}$$

ACP क्षेत्रांतून PCO सेक्टराचें क्षेत्र वजा केलें म्हणजे ACO क्षेत्र बाकी रहातें. आणि ACP क्षेत्रांतून PCS हें त्रिकोणक्षेत्र वजा केलें म्हणजे ASP क्षेत्र रहातें. यावरून असें म्हणतां येईल कीं, मध्यमकेंद्र आणि स्पष्टकेंद्र यांचा साक्षात् संबंध नाहीं, पण मध्यस्थ जें च्युतकेंद्र त्याच्या द्वारें परंपरेचा संबंध आहे. म्हणून प्रथम nt आणि u , आणि नंतर u आणि θ यांचे संबंध आपणून त्या दोन संबंधांच्या मिलाकापासून nt आणि θ यांचा संबंध उत्पन्न केला पाहिजे. या संबंधैक्यालाच **मंदफल** म्हणतात.

प्रथम nt आणि u यांचा संबंध काढणें:-

$$ACO \text{ क्षेत्र} = ASP \text{ क्षेत्र.}$$

(प्रतिज्ञा.)

$$ACP \text{ क्षेत्र} - ACO \text{ क्षेत्र} = ACP \text{ क्षेत्र} - ASP \text{ क्षेत्र}$$

(१) मध्यमगणितान्त ($nt + E$) याला मध्यमभोग म्हटलें आहे. ग्रह आपल्या नीचावर असताना वेळीं गणितारंभ मानिला तर ($nt + E - E$) = nt हें मध्यमकेंद्र होतें. म्हणून लाघवासाठीं आम्हीं तसें मानिलें आहे.

(१) समानां योगे वियोगे समतैव । भास्करीय बीजगणित.

(Euclid's Elements, Axioms 2 and 3.)

म्हणून	PCO सेक्टरचें क्षेत्र = PCS त्रिकोण क्षेत्र.
पण	PCO सेक्टरचें क्षेत्र = $\frac{1}{2}$ PC. PO कंस. = $\frac{1}{2}$ PC. PC \angle PCO.* = $\frac{1}{2}$ PC ² . \angle PCO.
आणि	PCS त्रिकोण क्षेत्र = $\frac{1}{2}$ PC. SE; (PCE वर SE लंब आहे). = $\frac{1}{2}$ PC. CS sin ACP.
म्हणून	$\frac{1}{2}$ PC ² \angle PCO = $\frac{1}{2}$ PC. CS sin ACP. \angle PCO = (CS/CP) sin ACP. \angle PCO = e sin u.
पुन्हां	\angle ACO = \angle ACP - \angle PCO.
म्हणजे	nt = u - e sin u. (१)
अथवा	u = nt + e sin u.

याप्रमाणें P च्या संबंधानें O चें स्थान ठरलें. आतां P च्या संबंधानें Q चें स्थान ठरविलें पाहिजे.

प्रतिज्ञेप्रमाणें (Hypothesis) P आणि Q ग्रहांचे प्रदक्षिणाकाल समान असून कक्षाक्षेत्रें असमान असल्यामुळें ते जर A पासून एकाच क्षणीं निघाले तर कोणत्याही समान अवधीत त्यांनीं S भोंवतीं आक्रमलेल्या क्षेत्रांचें गुणोत्तर त्यांच्या कक्षावृत्तांच्या क्षेत्रांच्या गुणोत्तराबरोबर असलें पाहिजे. म्हणजे:-

2 AKB क्षेत्र : 2 ALB क्षेत्र :: ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र.
असें प्रमाण असलें पाहिजे. पण:-

2 AKB क्षेत्र : 2 ALB क्षेत्र :: CK : CL (शं. चिह्न.)

म्हणून

ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र :: CK : CL.

पण P बिंदूपासून ALB या दीर्घवर्तुलाधाला Q बिंदूत छेदणारी अशी एक PQM रेषा AB रेषेवर लंब काढली तर पुढील प्रमाण उत्पन्न होतें.

CK : CL :: MP : MQ (शं. चिह्न.)

म्हणून

ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र :: MP : MQ.

असें प्रमाण असलें पाहिजे. व हें प्रमाण ASP व ASQ या क्षेत्रामध्ये आहे ही गोष्ट खाली सिद्ध करून दाखवितों.

* \angle PCO म्हणजे PCO कोनासमोरील कसाचें चापीयमान. (Circular Measure).
रूपविज्यामान.

AKPM क्षेत्र : ALQM क्षेत्र :: MP : MQ (शं. चिह्न.)

SPM त्रिकोण : SQM त्रिकोण :: MP : MQ (त्रि. मि.)

(AKPM - SPM) : (ALQM - SQM) :: MP : MQ.

म्हणजे ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र :: MP : MQ हे सिद्ध.

यावरून अशी एक गोष्ट सिद्ध झाली की, जर P आणि Q ग्रह A पामून एकाच क्षणी निघाले तर Q ग्रह नेहमी PM या लंब रेषेत असतो. म्हणजे P च्या संबंधाने Q चे स्थान निश्चित झाले. यावरून ACP कोन आणि ASQ कोन म्हणजे u आणि θ या कोनांचा संबंध ठरविता येतो.

$$\angle ASQ = \angle ACP + \angle PCQ + \angle CQS \text{ (युक्लीड पु. १, ३२.)}$$

$$\text{म्हणजे } \theta = u + \beta + y. \dots \dots \dots (२)$$

वरील समीकरणांतल β आणि y या दोन कोनांची किंमत कळली तर θ आणि u यांचा संबंध निघाला असे म्हणता येईल. म्हणून प्रथम β या कोनाचे मान काढू.

वाचकांच्या लक्षांत घेऊन चुकलेले असेल की, मार्गे सांगितलेला कक्षापरिणति-संस्कार आणि हा β कोन यांची जात एकच आहे. भेद इतकाच की, परिणति-संस्काराचा आरंभ कक्षापातापासून होतो. पण या संस्काराचा आरंभ A या नीचापासून होतो. म्हणून परिणति संस्काराच्या पुढील समीकरणांत

परिणतिज्या = $-\frac{3}{2}$ विक्षेपात्क्रमज्या \times द्विगुणपातोन्ग्रहज्या.

विक्षेपाबद्दल केंद्रच्युति, पातोन्ग्रहाबद्दल च्युतकेंद्र, व उत्क्रमज्येबद्दल (१-कोटिज्या) असा फेरफार केला तर या β कोनाचे समीकरण उत्पन्न होईल. जसे:-

$$\beta = -\frac{1}{2} (1 - \cos e) \sin 2u.$$

यांत $\frac{1}{2} (1 - \cos e)$ या पदाचा किंमत e रूपाची काढली म्हणजे हा संस्कार $nt = u - e \sin u$ या समीकरणास जोडता येईल. यहाँचे मंदफलार्थ किंवा e कोन हा नेहमी लहान असतो. म्हणून $\sin e = e$ असे मानिता येते.

$$\therefore (1 - \cos e) (1 + \cos e) = \sin^2 e = e^2$$

$$\text{म्हणजे } (1 - \cos e) = \frac{e^2}{(1 + \cos e)} = \frac{e^2}{(1+1)} = \frac{e^2}{2}.$$

$$\text{म्हणून } \beta = -\frac{1}{2} e^2 \sin 2u. \dots \dots \dots (३)$$

आता y कोनाची किंमत काढू:-

$$\sin y = \frac{SE'}{SQ}; \text{ (QSE' रेषेवर SE' लंब आहे म्हणून.)}$$

$$\begin{aligned} SE' &= CS \sin SCQ. \\ &= CS \sin (u + \beta). \end{aligned}$$

पण $\beta = -\frac{1}{4} e^2 \sin 2u.$

म्हणून $SE' = CS \sin (u - \frac{1}{4} e^2 \sin 2u).$

म्हणून e कोन लहान असतो. म्हणून $\frac{1}{4}e^2$ हा कोन तर फारच लहान म्हणून उपेक्षणीय होतो. म्हणून असे म्हणण्यास प्रत्यवाय नाही की,

$$SE' = CS \sin u; \text{ आणि}$$

$$\sin y = \frac{SE'}{SQ} = \frac{CS \sin u}{SQ}.$$

या अपूर्णाकाच्या अंशच्छेदास AC नें भागिलें तर त्यांची किंमत बदलत नाही. फक्त रूपांतर मात्र होतें.

म्हणून

$$\sin y = \frac{\frac{CS}{AC} \sin u}{SQ/AC} = \frac{e \sin u}{SQ/AC}$$

वरील समीकरणांत SQ/AC या अपूर्णाकाची किंमत u रूपात्मक (in terms of u) काढून ती छेदस्थानी मांडली म्हणजे $\sin y$ ची किंमत पूर्णपणें u रूपात्मक सिद्ध होईल. SQ म्हणजे मंदकर्ण.

उद्देशक-ग्रहाचें च्युतकेंद्र (u) दिलें असतां त्यापासून त्याचा मंदकर्ण (SQ) काढावयाचा.

(आकृति ६) येथें AOB सहकारी वर्तुळ आहे. AQB दीर्घवर्तुळार्ध आहे. S या नाच फोकसांत सूर्य आहे. Q हा ग्रह आहे. म्हणून SQ हा मंदकर्ण झाला. $SQ = r$ समजा.

Q बिंदूपासून AB व्यासावर QM लंब टाक. आणि तो सहकारी वर्तुळामुळे O बिंदूत मिळवण्यांत वर वाढीव. ACO कोन = च्युतकेंद्र = u समजा; $AC = CO =$ व्यासार्ध = a ; $CS/AC =$ केंद्रच्युति = e .

(१) पान ७८ कोष्टक ७ यांत $\sin 2g$. उपकरणाच्या ज्या गुणककला (coefficient) आहेत त्या $\frac{1}{4} e^2$ च्या किंमती आहेत. त्यांत 5 नीं भागिलें म्हणजे $\frac{1}{4}e^2$ ची किंमत येते. सदर कलांचा पंचमांश बुध ग्रह सोडून इतर ग्रहांच्या संबंधानें उपेक्षणीय म्हणण्यास हरकत नाही. बघाच्या कला १७८-९, यांचा पंचमांश ३६ कला या मात्र उपेक्षणीय नाहीत. तथापि उपकरणातील थोड्याशा कसरीचा परिणाम संस्कारावर फारसा होत नाही.

आतां ACO कोनावरून SQ काढणें:-

$$OM = OC \sin OCM = a \sin u.$$

$$QM = \sqrt{1-e^2}. OM = \sqrt{1-e^2}. a \sin u.$$

$$MS = CS - CM = ae - a \cos u.$$

$$SQ^2 = QM^2 + MS^2.$$

$$\begin{aligned} &= (1-e^2) a^2 \sin^2 u + a^2 e^2 + a^2 \cos^2 u - 2a^2 e \cos u. \\ &= a^2 \sin^2 u - a^2 e^2 \sin^2 u + a^2 e^2 \\ &\quad + a^2 \cos^2 u - 2a^2 e \cos u. \end{aligned}$$

पण $a^2 \sin^2 u + a^2 \cos^2 u = a^2.$

आणि $a^2 e^2 = a^2 e^2 \sin^2 u = a^2 e^2 (1 - \sin^2 u) = a^2 e^2 \cos^2 u.$

म्हणून $SQ^2 = a^2 + a^2 e^2 \cos^2 u - 2a^2 e \cos^2 u.$

$$SQ = a - ae \cos u.$$

$$r = a (1 - e \cos u).$$

$$\frac{r}{a} = (1 - e \cos u).$$

वर असें सिद्ध केलें आहे कीं, $\sin y = \frac{e \sin u}{SQ/\Delta C}$

यांत $SQ/\Delta C = r/a = (1 - e \cos u).$

म्हणून $\sin y = e \sin u / (1 - e \cos u).$
 $= e \sin u (1 - e \cos u)^{-1}$
 $= e \sin u (1 + e \cos u).$
 $= e \sin u + e^2 \sin u \cos u,$

अथवा $y = e \sin u + \frac{1}{2} e^2 \sin 2u \dots \dots \dots (४)$

याप्रमाणें β आणि y या कोनांचीं मानें समीकरणें (४) व (३) यांत सिद्ध केलेलीं, समीकरण (२) यांत मांडिलीं तर θ आणि u यांचा संबंध दाखविणारें समीकरण सिद्ध होतें. जसें—

$$\begin{aligned} \theta &= u + e \sin u + \frac{1}{2} e^2 \sin 2u. \\ &\quad - \frac{1}{4} e^3 \sin 2u. \\ &= u + e \sin u + \frac{1}{4} e^2 \sin 2u. \end{aligned}$$

परंतु $nt = u - e \sin u.$

म्हणून $\theta - nt = 2e \sin u + \frac{1}{4} e^2 \sin 2u \dots \dots \dots (५)$

याप्रमाणें e आणि nt यांचा संबंध निघाला. पण तो nt रूपात्मक नाही. u रूपात्मक आहे. आपणांस मंदफलाचें व मंदकर्णाचें गणित nt (मंदकेंद्र) या उपकरणानें करावयाचें असतें. म्हणून (५) समीकरणांतील u ना nt चें रूप दिलें पाहिजे.

हें काम $u = nt + e \sin u$ या समीकरणाच्या साहाय्यानें लाग्रान्जच्या सिद्धांतानुसारें करितो येतें. आमच्या ज्योतिर्गणितांत मंदफलें व मंदकर्ण यांच्या ज्या मूळाधार सरण्या दिल्या आहेत त्या या लाग्रान्ज सिद्धांतानुसारें सिद्ध केलेल्या आहेत. पण हेंच काम स्वल्पांतराचा अंगीकार केल्यास (थोडी कसर गेली तरी चिंता नाही असें मानल्यास) थोड्याशा श्रमानें करितो येतें. या प्रकाराला असकृत्कर्म किंवा साम्यपरंपरापद्धति (Successive Approximation) म्हणतात.

जसें:—

$$u = nt + e \sin u \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (६)$$

यांत $e \sin u$ या पदाची किंमत फार झाली तर e होणे. आणि e हा कोन इतका लहान आहे की, u किंवा nt यांच्याशीं लाऊन पाहिला तर तो उपेक्षणीय ठरतो. म्हणून $u = nt$ हें प्रथम स्थूल साम्य झालें. ही किंमत समीकरण (६) यांत मांडली तर $u = nt + e \sin nt$. हें द्वितीय म्हणजे पहिल्यापेक्षा जास्त सूक्ष्म साम्य झालें.

समीकरण (५) याच्या उजव्या बाजूच्या पहिल्या पदांत दुसरें साम्य आणि दुसऱ्या पदांत पहिलें साम्य मांडलें तर nt रूपात्मक पुढें लिहिलेलें समीकरण सिद्ध होतें.

$$\begin{aligned} e - nt &= 2e \sin \left(nt + e \sin nt \right) + \frac{1}{4} e^2 \sin 2nt. \\ &= 2e \sin \left(nt + ent \right) + \frac{1}{4} e^2 \sin 2nt. \\ &= 2e \left\{ \left(\sin nt \cdot \cos ent \right) + \left(\cos nt \cdot \sin ent \right) \right\} \\ &\quad + \frac{1}{4} e^2 \sin 2nt. \\ &= 2e \left\{ \left(\sin nt \times 1 \right) + \left(\frac{1}{2} e \sin 2nt. \right) \right\} \\ &\quad + \frac{1}{4} e^2 \sin 2nt. \\ &\equiv 2e \sin nt + e^2 \sin 2nt + \frac{1}{4} e^2 \sin 2nt. \\ &= 2e \sin nt + \frac{5}{4} e^2 \sin 2nt. \end{aligned}$$

पण $e - nt =$ मंदफल म्हणून:—

$$\text{मंदफल} = 2e \sin nt + \frac{5}{4} e^2 \sin 2nt. \dots \dots \dots (७)$$

आतां उदाहरणार्थ ७८ पानावरील ७ व्या कोष्टकांतील सूर्याच्या मंदफलाचें सूत्र उत्पन्न करून दाखवितों. भूकक्षेची केंद्रच्युति (अर्वांतर माहिती पाहा.) $e = .०१६७५$ आहे म्हणून $e^2 = .०००२८१$. त्रिज्यातुल्यकसांत २०६२६५ विकला असतात. म्हणून $e = (.०१६७५ \times २०६१६५'') = ३२५१$ मि. $2e = ६५१०$ विकला = ११५.२ कला.

$$\frac{5}{4} e^3 = (.०००२८१ \times २०६२६५'' \times १.२५ \div ६०) = १.२५ \text{ क.}$$

या किमती वरील समीकरणांत ठेविल्या तर—

$$\begin{aligned} \text{रविमंदफल} &= ११५'.२ \text{ रविकेंद्रज्या} = 115'.2 \sin g. \\ &+ १.२ \text{ द्विगुणरविकेंद्रज्या.} + 1.2 \sin 2g. \end{aligned}$$

मंदकर्ण.

पूर्वी रूपमित त्रिज्या कल्पून $r/a = (1 - e \cos u)$ हें मंदकर्णाचें समीकरण उत्पन्न केलें आहेच. यांतील u ला $u = nt + e \sin nt$ या समीकरणाच्या मदतीने वर दाखविलेल्या साम्यपरंपरापद्धतीने nt चें रूप देऊन मंदकर्ण आणि मंदकेंद्र यांचा संबंध दाखविणारें समीकरण सिद्ध करून दाखवितों.

$$\begin{aligned} \frac{r}{a} &= 1 - e \cos u \text{ यांत } u \text{ ची वरील किंमत मांड.} \\ &= 1 - e \cos (nt + e \sin nt). * \\ &= 1 - e \cos nt + e^2 \sin^2 nt. \text{ यांत} \\ \sin^2 nt &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2nt); \dagger \end{aligned}$$

(*) याचें निष्काशन त्रिकोणमिति सूत्राप्रमाणें असें आहे—

$$\cos (A + B) = \cos A. \cos B. - \sin A. \sin B$$

$$\therefore e \cos (nt + ent) =$$

$$e \left\{ (\cos nt. \cos ent) - (\sin nt. \sin ent) \right\}$$

यांत e हा लहान अपूर्णांक आहे म्हणून ent हा कोनही लहान आहे. म्हणून या लहान कोनाची कोटिज्या १ मानिता येईल. म्हणून,

$$e \cos (nt + ent) = e \cos nt - e^2 \sin^2 nt.$$

$$(\dagger) \cos (A + B) = \cos A. \cos B - \sin A. \sin B$$

$$A = B \text{ असेल तर}$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= (1 - \sin^2 A - \sin^2 A)$$

$$= (1 - 2 \sin^2 A)$$

$$\therefore 2 \sin^2 A = 1 - \cos 2A$$

$$\sin^2 A = \frac{1}{2} (1 - \cos 2A)$$

$$\therefore \frac{r}{a} = 1 - e \cos nt + \frac{e^2}{2} (1 - \cos 2nt.)$$

$$r = a \left\{ \left(1 + \frac{e^2}{2} \right) - e \cos nt - \frac{e^2}{2} \cos 2nt \right\}$$

उदाहरणाथ, वरील मूलसूत्रावरून रविमंदकर्णसूत्र आणून दाखवितों. सूर्याचा मध्यम मंदकर्ण = $a = 9$; $e = 0.01674$ आणि $\frac{e^2}{2} = 0.00014$ या किमती-

वरील मूलसूत्रांत मांडल्या तर पुढील रविमंदकर्णसूत्र तयार होतें.

$$\begin{aligned} \text{रविमंदकर्ण} &= 9.00014 - 0.01674 \text{ केंद्र कोज्या} \\ &\quad - 0.00014 \text{ द्वि. कें. कोज्या.} \end{aligned}$$

कक्षाकेंद्रच्युति अल्प असेल तर उच्चाजवळच्या फोकसांत (Upper Focus) बसून ग्रहाकडे पहाणाऱ्यांस ग्रह सार्वकाल मध्यमगतीने फिरत आहे असें दिसेल असें सिद्ध करावयाचें. (आकृति ५ वी पहा.) पान ११ वरील टीपची सिद्धता.

P पासून CO रेषेस समांतर अशी PHK रेषा काढ आणि तिजवर CK लंब कर. PK रेष AB रेषेस H बिंदूंत छेदिते. PM रेष OC वर लंब आहे.

आतां CS = CH असें सिद्ध करावयाचें.

$$ES = PO = PM = CK$$

आणि CS = ES. cosec u . कारण $\angle CSE = u$ ची कोटि आहे.

$$CH = CK. \text{ cosec } nt. \text{ कारण } \angle CHK = nt \text{ ची कोटि आहे.}$$

पण केंद्रच्युति अल्प असतेवेळीं ES = CK, आणि $u = nt$.

म्हणून केंद्रच्युति अल्प असेल तर CS = CH असें म्हणण्यास हरकत नाही. आणि CS = CH असेल तर H हा उच्चनशि होतो.

OC, PH या समांतर रेषा आहेत. आणि AB रेष त्यांस छेदिते. म्हणून ACO कोन AHP कोनाएवढा आहे. ACO कोन मध्यम केंद्र आहे म्हणून AHP हा कोनही मध्यमकेंद्रसमान आहे.

म्हणून कक्षाकेंद्रच्युति लहान असेल तर इत्यादि.

भूमध्यगणित.

आम्हीं इष्टक्षणीं सूर्यमध्यांत बसून बुधादि ग्रहांकडे पाहिलें तर ते रेवती नक्षत्रापासून किती अंशावर दिसतील आणि प्रत्येक ग्रहाचें सूर्यापासून सरळ रेषात्मक अंतर पृथ्वीच्या मध्यमांतराच्या मानानें मोजलें तर, तें किती भरेल ही माहिती रविमध्यगणितावरून कळते. पण आम्हीं इष्टवेळीं भूमध्यांत बसून ग्रहां-

कडे पाहिलें तर बुधादि ग्रह रेवती नक्षत्रापामून किती अंशावर दिसतील व भूम-
ध्यापासून प्रत्येक ग्रहापर्यंत सरळरेषारूप अंतर पूर्वीक मानदंडानें मोजलें तर तें
किती अंतर ही माहिती काढण्याच्या गणितास भूमध्यगणित म्हणतात असें पूर्वी
सांगितलेंच आहे.

रविमध्यगणितांत द्रष्टा स्थिर असून दृश्यपदार्थाच्या स्थानांतरामुळे जो दिग्भेद
व अंतरभेद उत्पन्न होतो तो काढण्याचा हेतु असतो. भूमध्यगणितांत दृश्य-
पदार्थ क्षणभर स्थिर कल्पून द्रष्ट्याच्या स्थानांतरामुळे दृश्यपदार्थाच्या
दिशेमध्ये व सरळ अंतरामध्ये जो भेद उत्पन्न होतो तो काढण्याचा हेतु
असतो. एकच पदार्थ निरनिराळ्या ठिकाणाहून पाहिला तर त्याच्या दिशेंत व
अंतरांत भेद पडतो हा चमत्कार आगगाडीनें प्रवास करणाऱ्यांस नेहमीं दृष्टीस
पडतो. जी टिकडा पूर्वी पूर्वेस दिसते ती कांहींवेळानें पश्चिमेकडे दिसू लागते.

अगदीं बसल्या ठिकाणीं हा चमत्कार पाहणें असेल तर पुढें सांगितल्याप्रमाणें
कृति करून पाहावी. वाचकांनीं आपल्या नाकासमोर एक वीत अंतरावर आपली
प्रदर्शनी अंगुली उभी धरून पाळीपाळीनं एक एक डोळा मिटून तिजकडे पाहावें.
म्हणजे समोरच्या भिंतीवर अंगुलीचें टोंक आडव्या दिशेंत हेलकावत आहे असा
भास होईल. पदार्थाचें स्वतः हेलकावणें आणि हेलकावत आहे असा भास होणें
या दोन चमत्कारांत महदंतर आहे. सूर्यमध्यगणितांत आणि भूमध्यगणितांत जो
भेद आहे तो हाच.

अंगुली जमजशी ललाटाकडे न्यावी तसतसें तिचें आंदोलन मोठें होत जातें.
पण उलट ललाटासमून ती जमजशी मार्गें न्यावी तसतसें तिचें आंदोलन कमी कमी
होत जातें. या धर्मांमुळे दृश्य आंदोलन पदार्थाचीं अंतरें ठरविण्याचें एक मुख्य साधन
झालें आहे. आपण पृथ्वीच्या पाठीवर बसून तिच्या मध्याभांवातीं फिरत फिरत
सूर्याभांवातींही फिरत आहों. पाहिल्या गतीमुळे आमचें दैनंदिन सरळ स्थानांतर
भ्रूव्यासायेवढें होत असतें. आणि दुसऱ्या गतीमुळे आमचें वार्षिक स्थानांतर
भूकक्ष व्यासाइतकें म्हणजे सुमारे १८ कोटी मैल होंतें पहिल्या आंदोलनाम लंबन
म्हणतात आणि दुसऱ्यास शीघ्रफल (Annual Parallax) म्हणतात. बसल्या
ठिकाणीं ग्रहांच्या शीघ्रफलाची प्रतीति पहातां येते. समजा कीं, आमच्या डोळ्यां-
ताल बाहुल्यांमध्य दोन इंच अंतर आहे. तर आमच्या डोळ्यापासून तीन इंच

(१) इतर नक्षत्रांप्रमाणें सूर्यही आपली ग्रहमाला बरोबर घेऊन मंदगतीनें आकाशांत गमन
करीत आहे. पण त्याची दिशा अथापि पक्की ठरलेली नाही. न्युकंबच्या मताप्रमाणें या स्थानाचे
(Apex) विद्युवांश २७०५ आणि क्रांति + ३५ अंश आहेत.

अंतरावर एक चवली धरून आपला डावा डोळा सूर्य आणि उजवा डोळा पृथ्वी समजून क्रमाने एकेक डोळ्याची उचड झाक केली तर ती चवली सुमारे ४० अंश म्हणजे मंगळाच्या शीघ्रफलाइतकी हेलकावेल. कारण पृथ्वी व मंगळ यांचे मंदकर्ण १ : १.५ या प्रमाणांत आहेत. याचप्रमाणे ती चवली ललाटापासून १० व १९ इंच अंतरावर धरून प्रयोग केला तर गुरु आणि शनि यांच्या शीघ्रफलाची प्रताति येईल.

सूर्य, पृथ्वी आणि एक ग्रह हे रबरासारख्या प्रपरणाकुंचनशील धाग्याने बांधले गेले आहेत अशी कल्पना केली तर एक चल त्रिकोण उत्पन्न होतो. याच्या सहा अवयवांपैकी तीन अवयव म्हणजे दोन बाजू आणि त्यांच्यामधील कोन रवि-मध्य गणितावरून समजतात. कारण सूर्यापासून पृथ्वीपर्यंत अंतर म्हणजे रवि-मंदकर्ण ही एक बाजू, आणि ग्रहमंदकर्ण ही दुसरी बाजू. या दोन भुजांमधील कोन (१८०° - शीघ्रकेंद्र) याच्या इतका असतो. यावरून बाकीचे तीन अवयव म्हणजे एक बाजू (शीघ्रकर्ण) आणि दोन कोन (भूकोन आणि ग्रहकोन) काढणे हा भूमध्यगणिताचा विषय आहे. या दोन कोनांपैकी जो कोन लहान असतो त्याला शीघ्रफल म्हणतात.

वरील विवेचनावरून दिसून येईल की, भूमध्यगणित हे त्रिकोणमितीचे एक रूप आहे. ज्यास त्रिकोणमितीची माहिती आहे अथवा ज्यास दुर्बीण मोजणी करितां येते त्यास या गणिताचे कांहींच महत्व वाटणार नाही. पण असे वाचक थोडे म्हणून त्रिकोणमितीच्या रीतीने मागे पान १०१८ येथे दोन उदाहरणे करून दाखविली आहेत. आतात काढून त्यांचे स्पष्टीकरण केल्यास वाचकांस विशेष उपयोग होईल असे वाटल्यावरून तसे येथे करित आहो.

(आकृति ७ वी.) यांत S हा सूर्य, V हा शुक्र आणि E ही पृथ्वी आहे. SR आणि Er या अनुक्रमे सूर्य आणि पृथ्वीवरून रेवतीताऱ्याकडे जाणाऱ्या रेषा आहेत. रेवती ताग अत्यंत दूर आहे म्हणून या रेषा परस्परांस समांतर आहेत. ABV कंस = $९८^{\circ} - २५८^{\circ} = २००^{\circ}$ = शीघ्रकेंद्र. याचा भुज २०° याच्या भुजज्येने शुक्रमंदकर्णास $\cdot ७१८४$ गुणून गुणाकार $\cdot २४५०$ हा VH लंब झाला. आणि कोटिज्येने गुणून गुणाकार $\cdot ६७५३$ हा SH अवलंब झाला. कोटिज्या ऋण आहे म्हणून हा अवलंबही ऋण झाला. म्हणून SE = $\cdot ९८३२$ या पृथ्वीच्या मंदकर्णातून हा अवलंब वजा करून बाकी HE = $\cdot ३०७९$ हा स्फुटावलंब झाला. VHE हा काटकोन आहे म्हणून $\sqrt{(VH^2 + HE^2)} = \cdot ३९३५$ हा शुक्राचा शीघ्रकर्ण झाला. शीघ्रकर्ण म्हणजे पृथ्वी आणि ग्रह यांच्या मधील सरळ रेषाकार अंतर.

लंबास $28^{\circ} 40'$ शीघ्रकर्णानें 3934 भागून भागाकार 6227 हा VEH या कोनाची भुजज्या झाली. इचा कंस 30° हें VEH कोनाचें माप झालें. यालाच शीघ्रफल म्हणतात. E वरून पहाणाऱ्यास V शुक्र सूर्याच्या मार्गे दिसतो म्हणून सूर्यातून हा कोन वजा करून $24^{\circ} - 30^{\circ} = 220^{\circ}$ हा भूमध्यदृश्य शुक्राचा भोग सिद्ध झाला म्हणजे सूर्यामधून पहाणाऱ्यास रेवती ताऱ्यापासून RSV कोन $= 90$ इतक्या अंशावर दिसणारा शुक्र, E या पृथ्वीवरून पहाणाऱ्यास $RSV + VSC = 7EV = 220^{\circ}$ अंतरावर दिसेल. या आकृतीत शुक्र व पृथ्वी यांच्या कक्षा एकाच पातळीत आहेत असें मानिलें आहे.

(आकृति ८.) यांत बहिर्वर्ति मंगळाच्या भूमध्यगणिताचें प्रदर्शन केलें आहे. याचें विवरण वरच्या प्रमाणेंच आहे म्हणून तें तपशीलवार पुन्हां देण्याची जरूरी दिसत नाही. यांत S, M, आणि E अनुक्रमें सूर्य, मंगळ आणि पृथ्वी यांचीं स्थानें आहेत. EH हा लंब, SH हा अवलंब आणि MH हा स्फुटावलंब आहे. EMS कोन शीघ्रफल आहे. ME हा शीघ्रकर्ण आहे. सूर्य उणा मंगळ $= 24^{\circ} - 96^{\circ} = 93^{\circ}$ हें विलोम शीघ्रकेंद्र (म्हणजे चक्रशुद्ध शीघ्रकेंद्र) आहे.

बहिर्वर्तिग्रहाचा मंदकर्ण अंतर्वर्ति ग्रहाच्या मंदकर्णापेक्षा मोठा असतो. म्हणून त्रिकोणाच्या धर्माप्रमाणें अंतर्वर्ति ग्रहकोनापेक्षा बहिर्वर्तिग्रहकोन नेहमी लहान असतो. या दोन कोनांपैकी जो लहान तो शीघ्रफल; म्हणून बुध आणि शुक्र यांच्या गणितांत भूकोन शीघ्रफल होतो. आणि इतर ग्रहांच्या गणितांत इतर ग्रहाधिष्ठितकोण शीघ्रफल होतो.

(आकृति ७.) E या पृथ्वीवरून शुक्रकक्षेला स्पर्श करून जाणारी एक EB रेष काढली आणि सूर्यमध्यांतून जाणारी आणखी एक EA रेष काढली तर या दोन रेषांमध्ये सुमारे 86° चा कोन पडतो. याला शुक्राचें परमशीघ्रफल म्हणतात. शुक्रकक्षेची केंद्रच्युति अत्यल्प असल्यामुळे हें परमशीघ्रफल फारसें कमीजास्त होत नाही. पण बुधकक्षा बरीच दीर्घवर्तुळाकार आहे म्हणून स्पर्शस्थानी लघ्वक्ष आणि बृहदक्ष असतील तर त्यांचें परमशीघ्रफल अनुक्रमें 90° व 26° असतें. या बुध आणि शुक्र ग्रहांच्या परमशीघ्रफलांस त्यांचें सूर्यापासून परम इनांतर (Greatest Elongation) म्हणतात.

सरतेशेवटीं सर्वांच्या पहाण्यांत येणारा असा एक दृष्टांत देऊन हें भूमध्यगणिताचें व्याख्यान संपवितों:— (आकृति २१ पहा).

अशी कल्पना करा की, एका चाबूकस्वारानें शर्यतीच्या राउंडच्या मध्यभागी उभें राहून एक घोडा मंडळावर धरिला आहे आणि त्या स्वारापासून पाव मैलाच्या त्रिज्येवर आम्ही घोड्याच्या दिशेनें हळू हळू राउंडवर चालत आहों. अशा संमयीं आपण घोड्याकडे पाहिलें तर तो घोडा स्वाराच्या पुढें मार्गे सुमारे 90

अंश हेलकावत आहे, असें दिसेल. आणि आमच्या मंदगतीला अनुसरून तो चाबूकस्वार घोड्यासह क्षितिजावर आमच्या विरुद्ध दिशेकडे सरकत आहे असें आम्हांस दिसेल. इष्ट वेळीं आम्हांस घोडा क्षितिजावर कोठें दिसेल तें स्थान काढवयाचें तर प्रथम चाबूकस्वाराच्या दृश्य मंदगतीवरून त्याचें क्षितिजावरील स्थान ठरवावें आणि नंतर घोड्याच्या हेलकाव्याची दृश्य लांबी आपून ती चाबूकस्वाराच्या स्थानांत घनर्ण करावी, म्हणजे घोड्याचें स्थान निघेल. हा दृष्टांत अंतर्ग्रहगणितास पूर्णपणें लागू पडतो. यांत चाबूकस्वार, घोडा आणि आम्ही अनुक्रमें सूर्य, अंतर्ग्रह आणि पृथ्वी आहोंत, आणि क्षितिज क्रांतिवृत्त आहे असें समजावें.

आतां घोडा जर आम्हांकडे पाहील तर त्याला असें दिसेल कीं, आम्ही क्षितिजावर (क्षितिजाला लागून) मंदगतीनें चालत आहों, पण चाबूकस्वार मोठ्या झपाट्यानें क्षितिजाला लागून फिरत आहे. चाबूकस्वाराची गति झपाट्याची असल्यामुळे तो आमच्यामागून येऊन आम्हांस गाठून पुढें निघून जातो आणि याप्रमाणें सतत चाललें आहे. जेव्हां चाबूकस्वार, घोडा व आम्ही एकाच रेषेत असतो; तेव्हां आम्ही आमच्या मंद गतीवरून ठरविल्या जागीं घोड्यास दिसतो. पण इतर वेळीं आम्हांस घोडा चाबूकस्वारामागे जितके अंश दिसतो तितकेच अंश घोड्यास आम्ही आमच्या गत्यनुसारी स्थानापासून मागे दिसतो. बक्री, स्तंभ, अतिचर वगैरे गतींच्या सर्व प्रकारांची उपपत्ति या साध्या दृष्टांताचा विचार केल्या तर सहज कळण्याजोगी आहे. या दुसऱ्या प्रकारांत चाबूकस्वार, घोडा आणि आम्ही अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी आणि बहिर्ग्रह आहोंत असें समजावें. यापासून बहिर्ग्रहगणिताची उपपत्ति चांगली लक्षांत येईल.

दीर्घवर्तुलीय संस्कार.

सर्व ग्रह सूर्याभोवतीं वर्तुलाकार कक्षांत फिरत असते तर १३ व्या आणि १४ व्या कोष्टकांत दिलेलीं इनांतरे व शीघ्रकर्ण दृक्प्रत्ययावह झाले असते. पण वस्तुतः प्रत्येक ग्रहकक्षा अधिक उणी दीर्घवर्तुलाकार असल्यामुळे कायम कोष्टकावरून काम भागत नाही. दीर्घवर्तुलाकारामुळे ग्रहांच्या मंदकर्णांत जो फेर पडतो त्यामुळे उत्पन्न होणारा संस्कार दिला पाहिजे. ही नूतनसंस्कारपद्धति आम्हांची शोधून काढिली असल्यामुळे तिची सविस्तर उपपत्ति देणें आवश्यक आहे. या द्विक्रमतीमुळे गणितभ्रम किती वांचतात त्याची कल्पना वाचकांस संस्पष्ट होणार नाही.

(आकृति ९ वी). यांत S, E, P हे अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी, आणि ग्रह आहेत. आणि

SP = ग्रहाचा मध्यममंदकर्ण \angle PSE = षड्भाल्पशीघ्रकेंद्र
 SE = पृथ्वीचा " \angle SEP = मध्यम इनांतर
 PE = मध्यमशीघ्रकर्ण \angle SPE = मध्यम ग्रहकोण

शीघ्रकेंद्र १८० अंशापेक्षा कमी असेल तर ते सहा राशीपेक्षा कमी असतेंच पण जर ते १८० अंशापेक्षा जास्त असेल तर ते ३६० अंशांतून वजा करून षड्भाल्प करावें. $\theta = 30^\circ$

गणितलाघवासाठी प्रथम ग्रह आणि पृथ्वी आपापल्या मध्यममंदकर्णावढ्या त्रिज्येच्या वर्तुळांत सूर्याभोवती फिरतात असे कल्पून मागे सांगितलेल्या त्रिकोण-मितिपद्धतीने शीघ्रकेंद्राच्या दर तीन अंशावर उत्पन्न होणारी मध्यम इनांतरे आणि मध्यम शीघ्रकर्ण आणून ते कोष्टक १३ व १४ यांत दाखल केले आहेत.

पण वास्तविकपणे ग्रह व पृथ्वी यांच्या कक्षा दीर्घवर्तुलाकार आहेत म्हणून त्यांचे मंदकर्ण क्षणोक्षणी बदलत जातात. म्हणून उदाहरणार्थ P आणि E अनुक्रमे इष्टवेळीं Q आणि G येथे असतील तर—

SQ = ग्रहाचा स्पष्ट मंदकर्ण. \angle QSG = षड्भाल्पशीघ्रकेंद्र.
 SG = पृथ्वीचा " \angle SGQ = स्पष्ट इनांतर.
 QG = स्पष्टशीघ्रकर्ण. \angle SQG = स्पष्ट ग्रहकोण.

अशी स्पष्ट मानें होतील. वरील मध्यममानें को. १३, १४ यावरून कळतातच तर या मध्यममानांस कोणता संस्कार केला तर स्पष्ट मानें येतील हा प्रश्न सोडविला पाहिजे.

GH, GC रेषा अनुक्रमे PE, SQ यांना समांतर काढ. आणि HD रेषा GQ रेषेवर लंब कर. आता GC रेषा SP रेषेला समांतर आहे. म्हणून EGC, ESP हे सरूप त्रिकोण आहेत. म्हणून—

$$SE : SP :: GE : GC = \frac{SP \times GE}{SE} = \text{समांतर.}$$

$$= \frac{\text{ग्रहमध्यममंदकर्ण}}{\text{रविमध्यममंदकर्ण}} \times \text{पृथ्वीच्या स्पष्ट व मध्यममंदकर्णांचे अंतर.}$$

यांत रविमध्यममंदकर्ण = १ मानिला आणि पृथ्वीच्या स्पष्ट आणि मध्यममंदकर्णांच्या अंतरास मंदकर्णशेष हे नांव दिलें तर—

$$\text{समांतर} = \text{ग्रहमध्यममंदकर्ण} \times \text{सूर्यमंदकर्णशेष.}$$

ग्रहाचा मध्यममंदकर्ण स्थिरसंख्या आहे. आणि सूर्याचे मंदकर्णशेष सूर्याच्या मंदकेंद्रावर अवलंबून असतें. म्हणून सूर्यमंदकेंद्र उपकरणावरून प्रत्येक ग्रहाची GC ही समांतरे वर्तवून ती ११ व्या कोष्टकांत नमूद केली आहेत.

आतां आम्हांस $\angle SGQ$ हें स्पष्ट इनांतर काढिलें पाहिजे. याचा मोठा भाग $\angle SGH = \angle SEP =$ मध्यम इनांतर १३ व्या कोष्टकावरून काढतें. म्हणून बाकी राहिलेला $\angle HGD$ काढिला म्हणजे काम झालें.

$$\begin{aligned} HD &= QH \sin HQD. \\ &= QH \sin SPE \text{ सुमारें.} \end{aligned}$$

पण $QH = QP + PH.$
 $= QP + GC.$
 $= QS - SP + GC.$
 $=$ ग्रहस्पष्टमंदकर्ण - ग्रहमध्यममंदकर्ण + समांतर.
 $=$ गुणक.

म्हणून $HD =$ गुणक $\times \sin SPE.$

$$\sin HGD = \frac{HD}{HG} = \frac{\text{गुणक} \times \sin SPE}{PE}, \text{ सुमारें.}$$

$$\text{अंशात्मक } \angle HGD = \frac{\text{गुणक} \times \sin SPE \times ५७.३}{PE}$$

यांत HGD या कोनाला दीर्घवर्तुलीय संस्कार आणि $५७.३ \times \sin SPE \div PE$ याला दीर्घवर्तुलांश हीं नांवे आम्हीं दिलीं आहेत. म्हणून:—

$$\therefore \text{दीर्घवर्तुलीयसंस्कार} = \text{गुणक} \times \text{दीर्घवर्तुलांश.}$$

टीपः— आरुतीत QP, GE हीं मंदकर्णशेषें मनांत भरण्यासाठीं वाजवीपेक्षां फारच मोठीं करून दाखविलीं आहेत. त्यामुळें आम्हीं जेथें जेथें 'सुमारें' हा शब्द वरील उपपत्तींत वापरला आहे त्या त्या किमती फार दोबळ येतील असें वाचकांस वाटेले. पण वस्तुतः अशी गोष्ट नाही, असें पान २७ येथें आमच्या गणिताची फ्रॅच गणिताशीं केलेल्या तुलनेवरून खात्री होईल.

GH या कर्णरेषेबद्दल PE हा मध्यमशीघ्रकर्ण घेतला आहे. यामुळें क्वचित् प्रसंगी थोडी तफावत घेण्याचा संभव आहे. पण गणितश्रम वाचविण्यासाठीं असें कर्णें योग्य आहे. आमच्या ज्योतिर्गणितांत ही कर्णरेषा आणण्यासाठीं द्वितीय, तृतीय नांवाचे दोन गुणक जास्त दिले आहेत. त्यामुळें त्यांतील भूमध्यगणित जास्त सूक्ष्म झालें आहे. सदर गुणकांमुळें गणित वाढून गणकांस कंटाळा येईल या भीतीनें ते गुणक येथें सोडून दिले आहेत.

सदर तुलनेमध्ये गुरुशनीच्या रविमध्यस्थानांत दोन चार कलापित अंतर

दिसून येते त्याचें कारणही असेंच आहे. म्हणजे गणित बाढूं नये म्हणून आम्हीं त्यांचे लहान लहान संस्कार सोडून दिले आहेत.

हानसेननें मध्यमचंद्रास ५० संस्कार सांगितले आहेत. त्यांपैकी एक कलेपेक्षा मोठे संस्कार मात्र आम्हीं घेतले आहेत. कलेच्या आंतील सुमारे ३०।३५ संस्कारांची उपेक्षा केल्यामुळे चंद्राच्या स्थानांत समयविशेषी २।४ कला अंतर पडणें साहजिक आहे.

भूमध्यशर.

(आरुति १० वी.) येथे S,E,P अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी आणि ग्रह आहेत, APC हें ग्रहकक्षार्थ, AQC ही क्रांतिवृत्ताची पातळी, A हा उत्तर संपात, ASC ही संपातरेषा, PAQ हा विक्षेपकोन म्हणजे क्रांतिवृत्त व कक्षावृत्त यांच्या पातळ्यांमधील कोन.

ACQ ही क्रांतिवृत्ताची पातळी आरुति काढलेल्या कागदाच्या पातळीत आहे. APC हें कक्षार्थ कागदाच्या पातळीच्या वर आहे. PQ रेषा AQC पातळीवर Q स्थानी लंब आहे. म्हणजे AQC हें एक दळण्याचें जातें कल्पिलें तर QP हा Q स्थानी रोवलेला त्याचा खुंटा होईल.

अर्थात् SQP आणि EQP हे कोन काटकोन आहेत. आपणास PSQ हा रविमध्यशरकोन माहित आहे. यापासून PEQ हा भूमध्यशरकोन काढणें आहे.

SP हा ग्रहाचा मंदकर्ण त्याच्या कक्षापातळीत आहे. त्याचें S टोंक क्रांतिवृत्तपातळीला लागलें आहे. दुसरें P टोंक क्रांतिवृत्ताच्या पातळीपासून QP रतकें वर उचललेलें आहे. SP मंदकर्णाला PSQ या रविमध्यशराच्या कोटिज्येनें गुणिलें म्हणजे SP चें क्रांतिवृत्तावर परिणत केलेलें (Projected) SQ माप येतें. म्हणजे SQ ही SP ह्या ओझरत्या रेषेची क्रांतिवृत्तपातळीवर लंब दिशेनें पाडलेली प्रच्छाया (Orthogonal Projection) आहे.

भूमध्यगणितांत वास्तविक पाहिलें तर SP बदल SQ कर्ण घेतला पाहिजे. पण ग्रहशर बहुशः अल्प असतात. म्हणून त्यांची कोटिज्या १ मानून गणित-लाषवासार्थी SQ = SP असें मानिलें आहे.

आतां,

$$PQ = SP \cdot \sin \angle PSQ = SP \times \angle PSQ \text{ . सुमारे.}$$

$$\frac{PQ}{QE} = \frac{SP \times \angle PSQ}{QE} = \tan \angle PEQ = \angle PEQ \text{ सुमारे.}$$

$$\text{म्हणून } \angle PSQ \times SP \div QE = \angle PEQ.$$

म्हणजे रविमध्यशर \times ग्रहमंदकर्ण \div शीघ्रकर्ण = भूमध्यशर.

गणितलाववासाठी वरील भूमध्यगणितपद्धतीत आम्ही थोडी कसर जाऊ दिली आहे. पाश्चात्यांची अगदी बिनकसरपद्धति पुढे दाखविल्याप्रमाणे आहे. प्रथम,

$$PQ = SP \sin PSQ;$$

$$SQ = SP \cos PSQ;$$

ही मांने आणून नंतर SQ, SE आणि QSE कोन यावरून त्रिकोणमिति-पद्धतीने QE बाजू आणि SEQ कोन काढतात. SEQ कोन इनांतर होतें. मग पुढील समीकरणावरून भूमध्यशर आणि भूग्रहांचें निजांतर (True distance from the Earth) ही आणतात.

$$\frac{PQ}{QE} = \tan PEQ = \text{भूमध्यशरस्पर्शरेषा.}$$

$$PE = QE \sec PEQ = \text{पृथ्वीपासून ग्रहापर्यंत सरळ अंतर.}$$

ग्रहांची भूमध्यदिनगति.

१५ व्या कोष्टकातील दिनगतिकालें १३ व्या कोष्टकातील इनांतरावरून सिद्ध केलीं आहेत. हीं इनांतरे शीघ्रकेंद्राच्या तीन-तीन अंशाच्या अंतरानें दिलीं आहेत. या इनांतरांचीं जीं अंतरे तीच शीघ्रकेंद्र तीन अंश वाढण्यास लागण्या दिवसांची गतिकालें होतात. म्हणून हे दिवस आणून त्यांनीं इनांतरांच्या अंतरास भागिलें म्हणजे ग्रहांची दिनगतिकालें येतात. तीन अंश शीघ्रकेंद्र वाढण्यास किंवा कमी होण्यास बुधापासून अनुक्रमें ०.९७, ४.८७, ६.५०, ३.३२, ३.१५, ३.०९, ३.०६ दिवस लागतात. उदा०— गुरुचीं शीघ्रकेंद्रे १८० व १७७ असतांना तेथील इनांतरांचें अंतर = ३.७१ = -२२.६ असतें, यास ३.३२ नी भागून आलें गुरुचें दिनगतिकाल = ६९.० या उपपत्तिचें बाजपद्धतीनें स्पष्टीकरण—

$$\text{मंदस्पर्शरवि} + \text{इनांतर} = \text{भूमध्यग्रहस्थान.} \quad (\text{पान १३})$$

$$\text{समजा} \quad S + E = P \text{ हें आजचें स्थान.}$$

$$S' + E' = P' \text{ हें उद्याचें स्थान.}$$

$$\text{तर} \quad (S' - S) + (E' - E) = (P' - P) = \text{दिनगति.}$$

$$\text{यांत} \quad (S' - S) = ५९.१ \text{ मध्यममानानें.}$$

$$\text{आणि} \quad (E' - E) = \text{दिनैकांतरित इनांतरांचें अंतर} = \text{गतिकाल.}$$

$$\text{म्हणून} \quad ५९.१ + \text{गतिकाल} = \text{भूमध्यग्रहदिनगति.} \quad (\text{पान १२})$$

टीप:—दीर्घवर्तुलीय संस्कार अल्प म्हणून उपेक्षणीय आहे. बहिर्ग्रहांचीं शीघ्रकेंद्रे रोजच्यारोज कमी होत जातात. पण अंतर्ग्रहांचीं वाढतात.

बुधदिनगति विशेषः--बुधाचें मंदफल मोठें असल्यामुळें त्याच्या रविमध्य-दिनगतीत पडणारा फेरफारही मोठा असतो. यामुळें शीघ्रकेंद्रांतही मोठा फेर पडतो. याचा परिणाम १५ व्या उपकोष्टकांतील गुणकानें दाखविला आहे. हा गुणक उत्पन्न करण्याचें सूत्र शके १८३३ सालच्या केतकीपंचांगांत दिलें आहे. ते--

$$\text{गतिफलगुणक} = १ - \frac{४ \text{ मंदकर्णशेष.}}{३ \text{ मंदस्पष्टकर्ण.}}$$

बुधमंदकर्णाच्या रोजच्या फेरफारामुळें दिनगतीवर होणारा परिणाम वर्तुलांश गुणकानें दाखविला जातो. ज्योतिर्गणित पान १५४ यांत दिलेली मंदकर्ण-शेषाची जी अंतरें त्यासच वर्तुलांशगुणक हें नांव येथें दिलें आहे.

दिनगतिकलाची भूमितीय उपपत्तिः—

(आकृति ११.) असें समजू कीं, E, V, आणि T ही विवक्षित क्षणीं पृथ्वी ग्रह आणि एक नक्षत्र यांची स्थानें असून तीं एकाच सरळ रेषेंत आहेत. आणि n, m, आणि शून्य या त्यांच्या अनुक्रमें रविमध्यदिनगति आहेत.

आतां n ही गति तीनही गतींतून वजा केली तर त्यांच्या सापेक्ष गतींत (Relative motions) व्यत्यास होणार नाही. म्हणून तसें केल्यास शून्य, m-n आणि -n या त्यांच्या अनुक्रमें सापेक्षगति होतील. म्हणजे E पृथ्वी स्थिर होईल. V ग्रहाची गति (m-n) = VP होईल. आणि T नक्षत्राला -n गति उत्पन्न होईल म्हणजे E येथून पाहणाऱ्यास T नक्षत्र TEU कोना-इतकें V पासून U कडे मार्गें गेल्यासारखें दिसेल. सारांश आज EVT या रेषेंत असणारा V ग्रह आणि T नक्षत्र यांच्यामध्ये E या भूमध्यांतून पाहणाऱ्यास उद्यां PEU या कोनायेवढें अंतर दिसेल. या PEU कोनाचा VEU भाग पृथ्वीच्या मध्यमगतिसमान म्हणजे -n = -५९'.१ आहे म्हणून तो माहित आहे. दुसरा भाग PEV हा कोन काढावयाचा आहे.

PQ रेष EQ रेषेवर लंब कर आणि PE, PS आणि VS या रेषा काढ. PVK ही ग्रह कक्षा आहे आणि तिच्या मध्यबिंदूत S हा सूर्य आहे, आतां,

$$VP = VS \times \triangle VSP.$$

$\triangle VSP$ काढकोन म्हणण्यास हरकत नाही. VP अल्प आहे म्हणून,

$$PQ = VP \times \cos EVS.$$

$$= VS \cdot \triangle VSP \cdot \cos EVS.$$

$$\frac{PQ}{EP} = \frac{VS \cdot \triangle VSP \cdot \cos EVS}{EP} = \sin PEQ.$$

$$\therefore \angle PEV = \frac{VS \cdot \angle VSP \cdot \cos EVS}{EV} \quad \text{स्वल्पांतरानें.}$$

\therefore दिनगतिफल = ग्रहमंदकर्ण \times रविग्रहदिनगत्यंतर.

\times ग्रहस्थानीय कोणकोटिज्या \div शीघ्रकर्ण.

उदाहरणः—पूर्वोक्त दिवशीं गुरुचें भूमध्यगतिफल किती ?

न्यास २।३ पहा. गुरुचा मंदकर्ण = ५.१६२; गत्यंतर -५४'; (शीघ्रकेंद्र-इनांतर)
 = (१७५°३७-१७४°२७) = १°१७. याची कोटिज्या = १ शीघ्रकर्ण, ४.२०४
 अशीं मानें आहेत. म्हणून,

५.१६२ \times (-५४'.०) \times १ \div ४.२०४ = - ६६'.३ हें गतिफल झालें.

कै० केरोपंत छत्रे यांच्या ग्रहसाधनांत दिलेल्या रीतीची उपपत्ति. (आठ्वी १२ वी पहा). या रीतींत पृथ्वी व ग्रह हे दोनही चल आहेत.

यांत S, V, E हे अनुक्रमें सूर्य, ग्रह आणि पृथ्वी आहेत. VP आणि EH या ग्रह आणि पृथ्वी यांच्या अनुक्रमें रविमध्यदिनगति आहेत. HR रेषा EQ रेषेशी समांतर आहे. HG, PR हे QE रेषेवर लंब आहेत. T, U ही नक्षत्रे आहेत.

समजा कीं कोणे एके दिवशीं E, V आणि T म्हणजे पृथ्वी ग्रह आणि एक नक्षत्र, EVT या सरळरेषेंत आहेत. तर दुसऱ्या दिवशीं V ग्रह P येथें गेला असेल. आणि E पृथ्वी H येथें गेली असेल. T हें नक्षत्र जें पूर्व दिवशीं EV दिशेंत दिसत होतें तें त्याच रेषेला समांतररेषेंत ह्मणजे HRU रेषेंत भूस्य द्रष्ट्याला दिसेल. कारण नक्षत्रें अत्यंत दूर आहेत. ह्मणून त्यांच्याकडे जाणाऱ्या रेषा नेहमीं समांतर असतात. भूकक्षेत्राच्या दोन व्यासार्धांवरून कोणत्याही नक्षत्राकडे पाहिलें तर त्याच्या स्थानांत १ विकलेचा देखील दिग्भेद ह्मणजे लंबन दिसून येत नाही. १८ कोटि मैल लांब रेषा नक्षत्रावरून पाहिली तर ती केवळ एक बिंदुरूप दिसेल इतकी तीं आम्हांपासून दूर आहेत.

अर्थात् पूर्व दिवशीं भूस्य द्रष्ट्यास V ग्रह T नक्षत्रावर दिसत होता. तो पृथ्वी आणि ग्रह यांच्या गतीमुळें दुसऱ्या दिवशीं त्याच नक्षत्रापासून RHP कोनाइतका पुढें दिसेल. ह्मणून आपणांस RHP कोनाचें मान काढिलें पाहिजे.

$$\angle SVP \text{ काटकोन आहे म्हणून } \angle SVE + \angle PVQ = ९०^\circ.$$

आणि $\angle SEH$ काटकोन आहे म्हणून $\angle SEG + \angle GEH = ९०^\circ.$

$$PV = VS \cdot \angle VSP.$$

$$PQ = PV \cdot \cos \angle SVE.$$

$$\begin{aligned} \text{पुनः } PQ &= VS \cdot \angle VSP \cdot \cos SVE. \\ EH &= ES \cdot \angle ESH. \\ HG &= EH \cdot \cos SEV. \\ &= ES \cdot \angle ESH \cdot \cos SEV. \end{aligned}$$

$$\text{पुनः } PR = PQ + HG, \text{ कारण } QR = HG.$$

$$\frac{PR}{HP} = \frac{VS \cdot \angle VSP \cdot \cos SVE}{HP} + \frac{ES \cdot \angle ESH \cdot \cos SEV}{HP}.$$

$$\text{एव } \frac{PR}{HP} = \sin RHP = \angle RHP. \text{ आणि } PH = VE \text{ सुमारे.}$$

$$\angle RHP = \frac{VS \cdot \angle VSP \cdot \cos SVE}{VE} + \frac{ES \cdot \angle ESH \cdot \cos SEV}{VE}.$$

म्हणून भूमध्यदृश्य दिनगति:—

$$= \frac{\text{ग्रहमंदकर्म} \times \text{ग्रहदिनगति} \times \text{ग्रहस्थानीयकोणकोटिज्या}}{\text{शीघ्रकर्म}}$$

$$+ \frac{\text{भूमंदकर्म} \times \text{भूदिनगति} \times \text{भूस्थानीयकोणकोटिज्या}}{\text{शीघ्रकर्म}}$$

रविमध्यग्रहांतून भूमध्यग्रह वजा केला म्हणजे ग्रहस्थानीय कोण येतो. आणि इनांतर हा भूस्थानीय कोण असतो. वरील समीकरणांत मध्यममानाचा उपयोग केला आहे. म्हणून इच्छिलेल्या ग्रहांची मध्यमानाने वरील समीकरणांत मांडली म्हणजे त्यांच्या दिनगतींचे समीकरण उत्पन्न होते. उदाहरणार्थ शुक्र घेऊं. शुक्राचा मंदकर्म \times दिनगति = $९६' \times .७२३ = ६९' \cdot ४$ आणि भूमंदकर्म \times भूदिनगति = $१ \times ५९' \cdot १ = ५९' \cdot १$ म्हणून—

$$\text{शुक्रगति} = \frac{६९ \cdot ४ \text{ शुक्रकोणकोटिज्या} + ५९ \cdot १ \text{ भूकोणकोटिज्या}}{\text{शुक्रशीघ्रकर्म}}$$

इष्टग्रहगति शून्य कोठें होते तें स्थान काढावयाचें असेल तर गतिफल कोष्टकांत त्याचें गतिफल केवढ्या शीघ्रकेंद्रावर किंवा इनांतरावर— $५९' \cdot १$ होतें तें शोधून काढावें. म्हणजे तेंच शून्यगतिस्थान म्हणजे ग्रहस्तंभस्थान (Stationary Point) होईल. पान ६२ पहा.

ग्रहांचीं बिंबें.

पदार्थ जवळून मोठा दिसतो आणि दुरून लहान दिसतो. म्हणजे बिंबाची चासवृद्धि अंतराच्या व्यस्त प्रमाणांत घडते. म्हणून गणिताच्या सोईसाठीं कांहीं

एका नियमित अंतरावरून ग्रहांकडे पाहिलें तर प्रत्येक ग्रहाचें बिंब केवढें दिसेल तें अनेक वेधांवरून ज्योतिर्विद्यांनीं सूक्ष्मपणें ठरविलें आहे. या कामीं त्यांनीं सूर्य आणि पृथ्वी यांचें मध्यमांतर घेतलें आहे. म्हणजे प्रत्येक ग्रह भूकक्षेंत आणून उभा केला तर त्याचा व्यास सूर्यावरून केवढा दिसेल त्याचें मान बुधापासून अनुक्रमें $६''\cdot६$, $१७''\cdot५$, $९''\cdot३$, $१९६''\cdot०$, $१६२''\cdot८$, $७५''\cdot०$, $६७''\cdot३$. आहे. म्हणून या अंकांस एकानें गुणून त्या त्या ग्रहाच्या शीघ्रकर्णानें भागिलें म्हणजे पृथ्वीवरून दिसणारी त्या त्या ग्रहांचीं बिंबें येतात.

ग्रहांच्या कला.

ग्रहगोलाचा जो अर्धभाग सूर्यासमोर असतो तेवढाच प्रकाशित असतो. दुसऱ्या अर्धा भागावर अंधार असतो. सूर्यप्रकाशांत एकादा वाटोळा चेंडू धरून पहावा म्हणजे खात्री होईल. पण पृथ्वीवरून दिसणारा त्याचा अर्धभाग सूर्यावरून दिसणाऱ्या अर्धभागाहून निराळा असतो. म्हणून सूर्य आणि पृथ्वी यांस जो गोलांश साधारण असतो तेवढाच आम्हांस प्रकाशित दिसतो.

(आकृति १३ वी) येथें S, E, V हे अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी आणि ग्रह यांचे मध्यबिंदु आहेत. BD रेषा SV रेषेवर V स्थानीं लंब आहे आणि AVC रेषा VE रेषेवर लंब आहे. V ग्रहाचा BAD हा अर्धभाग सूर्यासमोर असल्यामुळें तो प्रकाशित आहे. बाकीचा BCD अर्धभाग अंधःकारमय आहे. ADC हा अर्धभाग पृथ्वीला समोर आहे म्हणून तिला येवढाच भाग दिसतो. बाकीचा ABC भाग दिसत नाही. पृथ्वीला दिसणाऱ्या ADC भागापैकीं AD कंस मात्र तेजःपुंज दिसतो. म्हणून आम्हांस AD कंस किंवा AVD या कोनाचें माप काढिलें पाहिजे.

$\angle BVS = \angle AVE$ प्रत्येक कोन काटकोन आहे म्हणून.

$\therefore \angle BVA = \angle SVE$. युक्लिड प्र. प्र. २

पुनः $\angle AVD = 180^\circ - \angle BVA$.

$= 180^\circ - \angle SVE$.

$= 180 -$ ग्रहस्थानीय कोण.

$= 180 -$ (शीघ्रकेंद्र - इनांतर).

सित $= 180 +$ इनांतर - शीघ्रकेंद्र.

उदाहरण:—शुक्राचें शीघ्रकेंद्र २०० अंश आहे तर या समयीं त्याचें सित काय असेल ? शीघ्रकेंद्र २००° असते वेळीं त्याचें इनांतर $- ३७\cdot५$ असतें. (कोष्टक १३). म्हणून वरील समीकरणांत या किंमती मांडून समीकरण सोड-

विलें तर सित = $90^\circ - 36.5 - 20^\circ = -56.5 = 303.5$. याला 92 नीं भागिलें तर 25 वी तिथि येते म्हणजे शुक्र ऋणदशमीच्या चंद्रासारखा दिसेल.

शुक्राची सुषमा.

(*Greatest Brilliancy.*)

१३ व्या आकृतीच्या बाजूस शुक्रबिंबाची आकृति काढून दाखविली आहे. तसेंच सिद्धतेसाठीं SV रेघ पुढें वाढवून तिच्यावर EM रेघ लंब केली आहे. SE = १ = रविमंदकर्ण, SV = a = शुक्रमंदकर्ण, आणि EV = x = शुक्र-शीघ्रकर्ण असें समजा.

शुक्रबिंबाच्या आकृतींत GAHD ही कोर प्रकाशित आहे. हिची आंतील बाजू GDH दीर्घवर्तुलाचा परिवार्य आहे. आणि दीर्घवर्तुलाच्या धर्माप्रमाणें हिचें क्षेत्रफल AD रेषेप्रमाणें बदलतें. AD रेघ म्हणजे AVD कोनाची उत्क्रमज्या (*Versed sine*) म्हणजे (१-कोटिज्या) आहे. प्रकाशाचें तेज अंतराच्या वर्गाच्या व्युत्क्रम प्रमाणांत असतें. म्हणजे दिव्यापासून १ हात अंतरावर जितका प्रकाश असतो त्याच्या चतुर्थांशाइतका उजेड २ हात अंतरावर असतो. ३ हात अंतरावर केवळ नवमांश उजेड पडतो. याप्रमाणें प्रकाश झपाट्यानें कमी कमी होत जातो.

म्हणून चकाकीचें मान पुढील अपूर्णाकावर अवलंबून असतें.

$$\text{चकाकी} = \frac{1 - \cos AVD}{EV^2} = \frac{1 - \cos SVE}{EV^2}$$

$$\text{आतां } SE^2 = SV^2 + VE^2 + 2 SV \cdot VE \cdot \cos SVE$$

$$1 = a^2 + x^2 + 2 ax \cos SVE$$

$$\therefore \cos SVE = -\frac{a^2 + x^2 - 1}{2 ax}$$

$$\text{आणि } \frac{1 - \cos SVE}{EV^2} = \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{a^2 + x^2 - 1}{2 ax} \right)$$

$$= \frac{2 ax + a^2 + x^2 - 1}{2 ax^2}$$

$$\text{चकाकी} = \frac{(a + x)^2 - 1}{2 ax^2}$$

* सुषमा परमा शोभा भाच्छविद्युतिदीप्तियः ।

टीपः—ही चकाकी महत्तम होण्यास वरील अपूर्णाकाची किंमतही महत्तम (Maximum) झाली पाहिजे. येथे परमाणुगणिताची मदत घेतली पाहिजे.

परमाणुगणित म्हणजे क्रमवर्धिष्णु पिंडाच्या वृद्धीचा वेग काढण्याचें गणित. क्रमवर्धिष्णु पिंड महत्तम व्हावा तर त्याच्या वृद्धीचा वेग म्हणजे परमाणुवृद्धि शून्य झाली पाहिजे. मूल उपजल्यावर त्याचा पिंड आरंभी बऱ्याच वेगाने वाढत असतो. पण पुढे हा वेग कमी होत होत शून्य झाला म्हणजे त्याची वाढ खुंटते आणि त्यावेळी त्याचा देहापिंड परमावधीस पोचला असतो. हाच नियम आकर्षणामुळे उत्पन्न होणाऱ्या समुद्राच्या भरती ओहोटी इत्यादि सर्व आकर्षण-चमत्कारांस लागू पडतो.

क्रमवर्धिष्णु पिंड म्हणजे A continuous function; वेग किंवा परमाणु-गुणक म्हणजे A differential coefficient; परमाणु म्हणजे A differential; मूलराशि अथवा स्वतंत्रविकारी म्हणजे An independent Variable-पिंड म्ह. An integral, पिंडीकरण म्ह. To integrate, परमाण्वीकरण म्ह. To differentiate, परिपाक म्ह. A function इत्यादि पारिभाषिक शब्द आम्ही नवीन योजिले आहेत. शून्यलब्धि व मूलपरिणाति हे जुने शब्द आमच्या मते अन्वर्थक नाहीत.

म्हणून परमाणुगणितपद्धतीने वरील चकाकीच्या पिंडाचा परमाणुवेग काढून तो शून्याबरोबर मांडून समीकरण सोडविलें म्हणजे x ची जी किंमत निघेल तितका शुक्राचा शीघ्रकर्ण जेव्हा असतो तेव्हा शुक्राची चकाकी परमावधीची असते.

वरील समीकरणांत x हा स्वतंत्र विकारी राशि आहे आणि a स्थाणु आहे. छेदांतील $2a$ हेही स्थाणु आहे.

$$\text{जर } U = \frac{(a+x)^2 - 1}{x^3} = \text{चकाकी; } \frac{du}{dx} = \text{वेग;}$$

$$\text{तर } \frac{du}{dx} = 2x^2(a+x) - 3x^2 \left\{ (a+x)^2 - 1 \right\} = 0$$

$$= 2ax + 2x^2 - 3a^2 - 6ax - 3x^2 + 3 = 0$$

$$= x^2 + 4ax + 3(a^2 - 1) = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{a^2 + 3} - 2a$$

म्हणजे ज्या दिवशी शुक्रशीघ्रकर्णाची किंमत वर लिहिल्याइतकी होते. त्या दिवशी शुक्र परमवेदीप्यमान दिसतो. आतां,

$$a = \text{शुक्रमंदकर्ण} = ०.७२३३ \text{ आहे.}$$

ही किंमत वरील समीकरणांत ठेवून समीकरण सोडविलें तर $x = .४३०४$ शीघ्रकर्ण निघतो. १४ व्या कोष्टकांत पाहिलें तर $.४३०४$ येवढा शीघ्रकर्ण शीघ्र-केंद्राच्या १५७.७ अंशांवर असतो असें समजतें. म्हणून ज्या दिवशीं शुक्राचें शीघ्रकेंद्र १५८ असतें त्या दिवशीं आणि षड्भांतर झाल्यावर पुन्हां जेव्हां त्याचें शीघ्रकेंद्र $३६० - १५८ = २०२$ होतें त्या दिवशीं असें दोन वेळां शुक्र परमो-ज्वल दिसतो. उपकोष्टक १६ वें पहा.

बुधाचा मंदकर्ण $.३८७१$ आहे. हा वरील समीकरणांत a च्या जागीं मांडून समीकरण सोडविलें तर बुधशीघ्रकर्ण १.००० निघतो. यावेळीं त्याचें शीघ्रकेंद्र १०१ अंश असतें. यावरून परमेनांतराच्या सुमारास बुध परमदीतिमान् दिसतो असें निघतें.

मंगळादि ग्रहग्रहांची परमौजस्विता त्यांच्या षड्भांतरसमयीं (Time of Opposition) घडतें. कारण या प्रसंगीं त्यांचें प्रकाशित बिंब पूर्ण असून पृथ्वी-पासून त्यांचें अंतरही परमाल्प असतें.

लंबन व क्षितिजलंबन—एकाच कालीं भूमध्यांतून व भूपृष्ठावरून एखाद्या ग्रहाकडे पाहिलें तर त्याच्या स्थानांत जें अंतर दिसून येतें त्याला लंबन म्हणतात.

(आकृति १४ बी.) येथें ABC हें भूपृष्ठ आहे आणि E भूमध्य आहे. EA रेषा Z पर्यंत वाढवून A स्थानीं AT रेषा तिला लंब काढली आहे. म्हणून AT हें क्षितिज आणि Z हें खस्वस्तिक आहे. TB रेषा ABC वर्तुळाला B बिंदूत स्पर्श करिते म्हणून EBT कोन काटकोन आहे.

इष्टकालीं गणितागत ग्रह Z येथें असेल तर A व E येथून पहाणाऱ्यांस तो Z येथेंच दिसेल. पण तोच ग्रह S येथें असेल तर E मध्यांतून पहाणाऱ्याला Z आणि S यांमध्ये ZES कोन दिसेल आणि A या भूपृष्ठावरून पहाणाऱ्यास ZAS कोन दिसेल. अर्थात् $\angle ZAS - \angle ZES = \angle ESA$ हा लंबनकोन झाला. Z येथें ग्रह असतां हा कोन ० असतो. आणि ग्रह जसजसा खमध्या-पासून दूर जाईल तसतसा लंबनकोन वाढत जातो. T या क्षितिजाला ग्रह टेंकला असतां, म्हणजे ग्रह उगवतांना व मावळतांना ETA हा लंबनकोन महत्तम असतो. म्हणून यावेळच्या लंबनाला क्षितिजलंबन किंवा परमलंबन म्हणतात.

T वरून पाहिल्यास भूबिंब ATB कोनायेवढें दिसेल. ETA, ETB कोन समान आहेत म्हणून ETA हें परमलंबन T ग्रहावरून दिसणाऱ्या भूबिंबाच्या अर्धपट आहे. अर्थात् सूर्याचें क्षितिजलंबन म्हणजे सूर्यावरून दिसणारें भूबिंबार्ध. हें अर्वाचीन सूक्ष्म वेधप्रमाणें $c''.$ ठरलें आहे. हें एक

ज्योतिष मानदंडायेवढ्या अंतरावरून दिसणारं आहे. याला इष्टग्रहाच्या शीघ्रकर्णाने भागिलें म्हणजे इष्ट ग्रहावरून दिसणारं भूविबार्ध किंवा ग्रहाचें क्षितिजलंबन येतें.

सिद्धांतग्रंथांत AS यास दृक्सूत्र आणि ES यास गर्भसूत्र म्हणतात. म्हणून ' दृग्गर्भसूत्रयोरैक्यात्वमध्ये नास्ति लंबनम् ' हें सि. शिरोमणींतिल वाक्य सोप-
त्तिक आहे असें वरील विवेचनावरून दिसून येतें.

**ग्रहांचे भूमध्यभोग आणि शर यांपासून त्यांचे
विषुवांश आणि क्रांति आणणें.**

हें काम गोलीय त्रिकोणमितीचें आहे. ज्याचापकर्माशिवाय हें सूक्ष्म होत नाहीं. ज्याचापकर्माचा तर सर्वास तिटकारा; म्हणून थोड्या कसरीचा अंगीकार करून या कामासाठीं कोष्टकें २१ ते २३ रचिलीं आहेत.

(आकृति १५ वीं;) यांत ABD हें गोलावरील विषुववृत्त उकलून सरळ रेषारूप करून दाखविलें आहे. AEB CD हें ही उकललेलें क्रांतिवृत्त आहे. A आणि B हे संपातबिंदु. या दोन वृत्तांच्या पातळ्यांमध्ये २३ २७ येवढा कोन आहे. r हें निरयन रेवतीस्थान आहे. म्हणून Ar हें अयनांश.

P हा कक्षावृत्तावरील ग्रह आहे. P पासून क्रांतिवृत्त व विषुववृत्त यांजवर अनुक्रमें PQ आणि PS हे कंसांकार लंब टाकले आहेत. म्हणून AEQ आणि PQ हे त्या ग्रहाचे अनुक्रमें सायनभोग व शर झाले. त्यांचीं मानें भूमध्यगणितानें आणिल्यावर त्यांच्या साधनानें AS आणि PS म्हणजे अनुक्रमें त्यांचे विषुवांश आणि क्रांति यांचीं मानें आणलीं पाहिजेत.

ASO आणि PQO हे दोन काटकोन गोलीय त्रिकोण आहेत. यांपैकी पहिल्या त्रिकोणाचे दोन कोन OAS व ASO हे स्थिर आहेत. पण AO बाजू चल आहे म्हणजे P ग्रहाच्या गत्यनुसार बदलणारी आहे. म्हणून O बिंदु A संपातापासून दर तीन तीन अंशांवर आहे असें कल्पून गोलीय त्रिकोणमितीनें त्याचे विषुवांश व क्रांति काढून कोष्टक २२ वें व २३ वें हीं तयार केलीं आहेत.

PQO हा गोलीय त्रिकोण ग्रहगणितांत बराच लहान असतो. PQ शर बहुशः ५ पेक्षां फारसा मोठा असत नाहीं. म्हणून POQ हा सरळरेषात्रिकोण मानिला तर एक कलेपेक्षां जास्त तफावत येत नाहीं. म्हणून गणित निर्वाहासाठीं तसें मानिलें आहे. PQO हा काटकोन आहे. OPQ कोनास अयनवलन म्हणतात. PQ शर त्या त्रिकोणाची एक बाजू आहे. म्हणून PQO या सरळरेषात्रिकोणांत एक बाजू आणि ३ कोन दिले आहेत. त्यांवरून त्याचे राहिलेले अवयव काढणें येवढाच प्रश्न आहे.

PQO त्रिकोणांत PO, OQ आणि QP या बाजू अनुक्रमें कर्ण, भुज आणि

कोटी आहेत. म्हणून PQ बाजूला OPQ कोनाच्या स्पर्शरेषेने (म्हणजे येथे भुजगुणकाने) गुणिले म्हणजे PO बाजू निघते आणि छेदनरेषेने (कर्णगुणकाने) गुणिले म्हणजे QO बाजू निघते.

मग AEO या प्रहाच्या सायनभोगांत QO कंस मिळवून येणाऱ्या AEO कंस उपकरणाने २२ व्या कोष्टकांतून AS हा विषुवभोग (विषुवांश) निघतो. आणि याच उपकरणाने २३ व्या कोष्टकांतून OS क्रांति आणून तिजमध्ये PO ही बाजू मिळविली म्हणजे PS ही क्रांति येते.

चंद्रगणित.

ग्रहगणिताची जी उपपत्ति मागे सांगितली तीच पुष्कळ अंशी चंद्रगणितासही लागू पडते. भेद इतकाच की, ग्रह सूर्याभोवती फिरतात म्हणून प्रथम त्यांची रवि-मध्यस्थाने आणून नंतर त्यापासून त्यांची भूमध्यस्थाने आणावी लागतात. पण चंद्र मूलतः पृथ्वीभोवतीच फिरत असतो म्हणून त्याला मंदफल आणि आकर्षणसंस्कार देतांच त्याचे भूमध्यदृश्यस्थान निघते. हीच गोष्ट सूर्यासही लागू आहे. पृथ्वी सूर्याभोवती फिरते. म्हणून सूर्य तिच्यासमोर 90° वर आम्हांस नेहमी दिसत असतो. म्हणून पृथ्वीचा मंदफलसंस्कार पृथ्वीला न देता तिच्या समोर असणाऱ्या सूर्यास दिला म्हणजे भूमध्यदृश्य सूर्याचा भोग येतो. पहिल्या कोष्टकांत जो सूर्याचा क्षेपक $38^{\circ}00'$ आहे तो खरे पाहिले असता पृथ्वीच्या $16^{\circ}00'$ या क्षेपकांत 90° मिळवून सिद्ध केला आहे.

चंद्राचे निरनिराळे आकर्षणाचे प्रकार कसे उत्पन्न होतात त्याची उपपत्ति परमाणुगणित व पिंडगणित यांच्या साहाय्याशिवाय देता येत नाही. आणि हा विषय परम गहन असल्यामुळे त्याचे दिग्दर्शन देखील येथे करणे शक्य नाही. या विषयावर चांद्री गत्युपपत्ति (The Lunar Theory) नांवाचा निराळा ग्रंथ लिहिण्याचा आमचा इरादा आहे पण त्याला ग्राहक मिळण्याची आशा कमी.

जेव्हां संस्कारांची संख्या मोठी असते तेव्हां गणित करितेवेळी धनर्णत्वासंबंधी चुका होण्याचा संभव जास्त असतो. या आपत्तीच्या निरासासाठी संस्कार-कोष्टके दुप्पट वाढवून सर्व संस्कार नेहमी धन होतात अशी व्यवस्था केली आहे. संस्कार धन होण्यासाठी पहिल्या पांच संस्कारांत पुढे लिहिलेले पांच स्थिरांक (Constants) अनुक्रमे मिळविले आहेत. $0^{\circ}25'$; $0^{\circ}20'$; $1^{\circ}30'$; $6^{\circ}40'$; $0^{\circ}14'$. यापैकी पहिले तीन संस्कार चौथ्या उपकरणास देण्याचे असतात. म्हणून यांची बेरीज $2^{\circ}34'$ चौथ्या निज उपकरणांतून $20^{\circ}09'$ वजा करून राहिलेली बाकी $20^{\circ}45'$ मात्र 9° व्या कोष्टकाच्या क्षेपकांत दाखल केली आहे. त्याचप्रमाणे हे पांचही संस्कार मध्यमचंद्रास देण्याचे असतात

म्हणून या सर्वांची बेरीज $९^{\circ}००$ ही निजमध्यमचंद्रांतून $३५५^{\circ}२९७$ वजा करून बाकी $३२६^{\circ}२९७$ क्षेपकांत दाखविली आहे.

पुढील सहा संस्काराचे स्थिरांक अनुक्रमे ३'०, ३'५, २'०, १'५, १'५, १'५, आहेत. हे संस्कार देण्याचें काम गणितकाराच्या मजीवर ठेविलें आहे. म्हणून हे संस्कार घन होण्यासाठी मिळविलेल्या १३ कला शेवटी वजा कराव्या असे सांगितलें आहे.

गतिफलें-आजच्या व उद्यांच्या संस्कारांत जें अंतर तेंच त्या संस्काराचें गतिफल. याप्रमाणें विचार केला तर जितकें संस्कार तितकी गतिफलें असली पाहिजेत. पण लहान संस्कारांचीं अंतरें फारच लहान असतात म्हणून तीं सोडून देऊन फक्त तीन मोठ्या संस्कारांचीं गतिफलें आम्हीं जमेस धरिलीं आहेत. त्यांचे स्थिरांक अनुक्रमे १००', १००', आणि ५९०'.६ असे आहेत. गतिफलाचा संस्कार चंद्राच्या मध्यमगतिला करावयाचा असतो. हे श्रम वांचविण्यासाठी गतिफलाच्या स्थिरांकाची बेरीज चंद्रमध्यमगतिसमान केली आहे.

उदाहरणार्थ \times थें उपकरण जें चंद्रमदकेंद्र तें १२ अंश आहे असें मानून त्याचें गतिफल काढून दाखवितों. या उपकरणाची दिनगति $१३-१$ आहे (को. १७ वें पहा.)

कोष्टक १८ उप १२ ^० ... मंदफल $७^{\circ}९० =$	४७४.०
,, उप (१२+१३.१)मंदफल $९.३३ =$	५५९.०
अंतर	८५.८
स्थिरांक	५९०.६
गतिफल	६७६.४

चंद्राचा मंदकर्ण-चंद्रेतर ग्रहांस मंदफल संस्कार दिले म्हणजे ते राविमध्य होतात. म्हणून त्यांस भूमध्य करण्यासाठी त्यांच्या मंदकर्णांची जरूरी लागते. पण चंद्र हा स्वतः भूमध्याभोंवती फिरणारा असल्यामुळे त्याच्या मंदफलावरूनच कार्य सिद्धि होते. त्याच्या मंदकर्णाची आवश्यकता रहात नाही. तथापि वाचकांच्या माहितीसाठी लंबनानुसारी त्यांचीं मानें खाली दिलीं आहेत. तीं पृथ्वीची निरक्षत्रिज्या एक कल्पून दिली आहेत. (Annuaire pour L'an 1911).

लंबन.	मंदकर्ण.	लंबन.	मंदकर्ण.	लंबन.	मंदकर्ण.
५२'	६६.११३	५५'	६२.५०७	५८'	५९.२७४
५३	६४.८६५	५६	६१.३९१	५९	५८.२७०
५४	६३.६६५	५७	६०.३१४	६०	५७.२९९
५५	६२.५०७	५८	५९.२७४	६१	५६.३६०

चंद्रबिंब—बिंब, दिनगति, आणि परमलंबन हे तीनही राशि (Quantities) चंद्रमंदकणाचे परिपाक (Functions) आहेत. अर्थात् हे परस्परांचे परिपाकही असले पाहिजेत. म्हणून मंदकर्णाच्या साहाय्याशिवाय केवळ दिनगतीपासून चंद्राचे बिंब आणि परमलंबन यांच्या किंमती ठरविणे शक्य आहे. जसे:—

केप्लरच्या दुसऱ्या नियमानुसारं चंद्राचा मंदकर्ण पृथ्वीमध्याभोवतीं नित्य सारखीं क्षेत्रें चालतो. म्हणजे त्याचें नित्य चालून जाण्याचें क्षेत्र अविकारी असतें. या क्षेत्राचा आकार सेक्टरासारखा असला पाहिजे हें उघड आहे.

असें समजा कीं—

$$\begin{aligned} a &= \text{सेक्टराचें द्विगुणक्षेत्र} & d &= \text{चंद्रबिंब} \\ r &= \text{सेक्टराची एक बाजू} & e &= \text{सेक्टराचा कंस} \\ v &= \text{शिरकोन} = \text{दिनगतिचापीयमान.} \end{aligned}$$

$$\text{तर } e = rv; \text{ आणि } a = er = vr^2;$$

$$\therefore v = \frac{a}{r^2}; \text{ आणि } \sqrt{v} = \sqrt{a} \times \frac{1}{r}$$

बिंब आणि अंतर यांचें व्यस्तप्रमाण असतें. म्हणून यांचा गुणाकार अविकारी असतो. तो b आहे असें समज. तर,

$$b = rd; \text{ म्हणून } r = \frac{b}{d}; \text{ आणि } \frac{1}{r} = \frac{d}{b};$$

ही किंमत वरील समीकरणांत मांडली तर

$$\sqrt{v} = \sqrt{a} \times \frac{d}{b}; \text{ म्हणून } d = \sqrt{v} \times \frac{b}{\sqrt{a}}$$

यावरून चंद्राचें बिंब हें दिनगतीच्या वर्गमूळाच्या कांहीं एका अविकारी पटी-बरोबर असतें असें सिद्ध झालें. वरील समीकरणांत d आणि v यांचीं वेधासिद्ध मध्यम मार्नें मांडून सर्वाकरण सोडविलें तर या अविकारी पटीची किंमत येईल.

$$\therefore 31'.1 = \sqrt{790'.6} \times \frac{b}{\sqrt{a}}$$

$$\therefore \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{31'.1}{28'.1} = \frac{10}{9}; \text{ म्हणून } d = \sqrt{v} \times \frac{10}{9}$$

याप्रमाणें आमच्या केतकीग्रंथांतील चंद्रबिंब आणण्याचें सूत्र 'विधोः स्पष्ट भुक्तेः पदं स्वग्रहांशान्वितं चंद्रबिंबम्' याची उपपत्ति झाली. अर्थात् 'विधोर्भुक्तिवेधाद्भि (७५) भिरपद्वत्तं बिंबमुदितम्' ही कबळ दिनगतीच्या